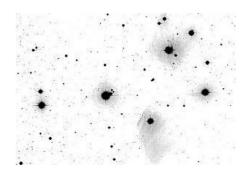
Die Sternphasen der Plejaden in der Bronzezeit

Zur theoretischen Berechnung und kalendarischen Verwendbarkeit von Sternphasen

Burkard Steinrücken

Westfälische Volkssternwarte und Planetarium Stadtgarten 6, D-45657 Recklinghausen steinruecken@sternwarte-recklinghausen.de



Einleitung

Der heliakische Aufgang von Sternen kurz vor Sonnenaufgang in der Morgendämmerung war in der frühen Astronomie bedeutsam. Das bekannteste Beispiel der Beobachtung einer solchen "Sternphase" zum Zweck der Zeitbestimmung stammt aus dem alten Ägypten. Dort wurde das Jahr mit dem heliakischen Aufgang des Sothissterns (= Sirius) begonnen [1]. Aber auch andere Sternphasen wie der heliakische Untergang und die achronichischen Aufund Untergänge von Sternen, die während der Oppositionszeit zur Sonne stattfinden, zählen zu den besonderen Phänomenen der horizontnahen Sternbeobachtung. Die Tabelle 1 stellt diese vier Sternphasen und ihre verschiedenen gebräuchlichen Bezeichnungen zusammen.

Sternphase	vereinfachte Definition	Lage von Sonne und Stern
heliakischer Aufgang oder Morgenaufgang oder Morgenerst	Erstmaliger sichtbarer Aufgang nach längerer Unsichtbarkeitsspanne in der Morgendämmerung	Sonne etwas unterhalb des Osthorizontes, Stern etwas über dem Osthorizont
heliakischer Untergang oder Abenduntergang oder Abendletzt	Letztmaliger sichtbarer Untergang vor längerer Unsichtbarkeit in der Abenddämmerung	Sonne etwas unterhalb des Westhorizontes; Stern etwas über dem Westhorizont
achronichischer Aufgang oder Abendaufgang oder Abendletzt	Erstmaliger sichtbarer Aufgang in der Abenddämmerung	Sonne etwas unterhalb des Westhorizontes; Stern etwas über dem Osthorizont
achronichischer Untergang oder Morgenuntergang oder Morgenletzt	Letztmaliger sichtbarer Untergang in der Morgendämmerung	Sonne etwas unterhalb des Osthorizontes; Stern etwas über dem Westhorizont

Tabelle 1: Bezeichnung und Definition der Sternphasen

Diese Sternphänomene spielen sich in Horizontnähe und in der Dämmerung ab (siehe Abbildungen 1 und 2) und deshalb ist ihre Beobachtung einer Vielzahl von schwankenden Einflüssen unterworfen, und die üblichen vereinfachten Definition in der Tabelle 1 sind praktisch nicht anwendbar.

Von den einigen tausend Sternen, die das menschliche Auge in sternklarer Nacht erblicken kann, ist nur ein einziger, Sirius, direkt auf der Horizontlinie sichtbar. Er allein ist hell genug, trotz der Trübung seines Lichtes durch die Lufthülle und den horizontnahen Dunst für das bloße Auge bemerkbar zu sein. Alle anderen Sterne erscheinen auch in dunkelster Nacht erst in einer helligkeitsabhängigen Höhe. Dieser sog. "Extinktionswinkel" beträgt typischerweise

einige Grad. In der Abbildung 3 ist er gegen die Sterngrößenklasse für verschiedene Modellatmosphären nach einem theoretischen Modell von B. E. Schaefer [2] aufgetragen. Der atmosphärische Zustand wird durch die Angabe zweier Größen gekennzeichnet: Die visuelle Grenzgrößenklasse m_0 im Zenit und der Extinktionskoeffizient k (in Magnituden / Luftmasse).

In der Dämmerung erhöht sich dieser Höhenwinkel der tiefstmöglichen Sichtbarkeit noch deutlich, weil für die Wahrnehmung eines Sterns vor einem hellen Hintergrund ein Mindestkontrast zur Umgebung erforderlich ist. Da die scheinbare Sternhelligkeit bei großen Höhenwinkeln weniger vom Dunst und der Lichtabschwächung durch die Lufthülle beeinträchtigt ist, sieht man ihn heller, wenn er höher steht. Die Helligkeit des Dämmerungshimmels in der Nähe der auf- oder untergehenden Sonne nimmt dagegen mit der Höhe ab und so gibt es einen entsprechenden Winkel, bei dem ein Stern gerade sichtbar wird, weil sein Lichtreiz im menschlichen Auge die Wahrnehmungsschwelle für punktförmige Lichtquellen vor resthellem Himmelshintergrund übersteigt.

Deshalb sind die in Tabelle 1 gegebenen Definitionen der Art "erstmaliger sichtbarer Aufgang" oder "letztmaliger sichtbarer Untergang" praktisch so zu verstehen, dass der Stern in Höhen von einigen Grad, also bereits nach seinem geometrischen Aufgang bzw. vor seinem geometrischen Untergang, am Dämmerungshimmel erstmalig sichtbar wird oder letztmalig wahrnehmbar ist.

Für eine Berechnung dieser Sichtbarkeitsverhältnisse ist die Berücksichtigung der Helligkeit des Dämmerungshimmels in Abhängigkeit der Sonnen- und Sternelevation und des Winkelabstandes des Sonnenvertikals zum Sternvertikal erforderlich. Ferner ist die Abschwächung des Sternlichtes durch die Extinktion und die generelle "Qualität" des Nachthimmels durch die Angabe der Grenzgröße eines im Zenit gerade noch sichtbaren Sterns zu berücksichtigen. Schließlich ist die physiologische Antwort der menschlichen Wahrnehmung auf den Lichtreiz der Punktlichtquelle und den Dämmerungshimmel zu modellieren. Bei der Annahme durchschnittlicher Werte für den Himmel des Beobachtungsortes und das Sehvermögen des Beobachters lässt sich dann rechnerisch entscheiden, unter welcher Voraussetzung wann und wo ein Stern am Dämmerungshimmel sichtbar ist, vorausgesetzt, das Wetter ist in der erwarteten Zeit immer klar.

Im folgenden werden die nötigen Formeln, die in der archäoastronomischen Literatur vorliegen, vorgestellt und kommentiert. Im wesentlichen richten sich die in dieser Arbeit beschriebenen Rechnungen nach der Methode von B. E. Schaefer [3]. Für den Fall der achronichischen Sternphasen, die Schaefer nicht behandelt, wird eine entsprechende Formel für die Helligkeit des Dämmerungshimmels auf dem der Sonne gegenüberliegenden Horizont entwickelt und diskutiert.

Die gesamte Aufgabenstellung lässt sich in einen geometrischen Teil, der die Positionen von Sonne und Stern behandelt, und in einen photometrischen und physiologischen Teil zur Beschreibung der Helligkeits- und Wahrnehmungsaspekte aufspalten.

Behandlung des geometrischen Problems

Zur Berechnung der Position eines Gestirns an der Himmelssphäre sind die Formelsysteme der sphärischen Trigonometrie anzuwenden. Die Horizontalkoordinaten Höhe h und Nordazimuth a sind für einen Beobachtungsort der geographischen Breite f bestimmbar, wenn die Äquatorialkoordinaten Deklination d und Ortsstundenwinkel t vorliegen.

Der Ortsstundenwinkel t_A beim Sternaufgang auf dem mathematischen Horizont (h = 0) bzw. der Stundenwinkel t_U beim entsprechenden Sternuntergang berechnet sich dann zu:

$$t_A = -\arccos(-\tan \mathbf{d} \cdot \tan \mathbf{f})$$

$$t_U = +\arccos(-\tan \mathbf{d} \cdot \tan \mathbf{f})$$

Mit der Rektaszension \boldsymbol{a} des Sterns und den Stundenwinkeln t_A und t_U berechnet man die Ortssternzeiten (= Stundenwinkel des Frühlingspunktes) des Sternauf- und -untergangs \boldsymbol{Q}_A und \boldsymbol{Q}_U :

$$\Theta_A = t_A + \mathbf{a}$$
$$\Theta_U = t_U + \mathbf{a}$$

Im Falle der Sternphasen kommt es auf die relative Position von Sonne und Stern an. Die heliakischen Sternphasen finden um die Konjunktionszeit des Sterns mit der Sonne statt, die achronichischen zeitnah zur Sonnenopposition. Insbesondere die Sterne in Ekliptiknähe sind für die Kalenderbeobachtungen bedeutsam, da nur für sie die Begriffe "Konjunktion" und "Opposition" eine zu den Planetenerscheinungen vergleichbare Bedeutung haben. Ist ein Stern sehr weit von der Ekliptik entfernt, ist das Vorbeiwandern der Sonne an diesem Stern, genauer ausgedrückt: eine schnelle Verkleinerung und die nachfolgende Vergrößerung ihres Winkelabstandes innerhalb weniger Wochen, die als Voraussetzung für eine kalendarische Nutzung dieser Ereignisse anzusehen ist, nicht gegeben.

Aber auch die Neigung der Ekliptik zum Horizont beeinflusst die Güte einer Zeitbestimmung durch Sternphasen. Optimale Ergebnisse, d.h. scharfe zeitliche Einschränkungen dieser Daten im Kalender erhält man immer dann, wenn die Ekliptik steil zum Horizont verläuft und das Vorbeiwandern der Sonne am Oppositions- oder Konjunktionspunkt sich nahezu vollständig in einer von Tag zu Tag rasch veränderlichen Höhendifferenz am Horizont zeigt.

Die Berechnung der Sternphasen muss alle geometrisch in Frage kommenden Positionen von Sonne und Stern in Bezug zum Horizont des Beobachters umfassen. Im Fall des Morgenerstes heißt dies z.B., dass für alle Tage der jährlichen Periode, in der das Morgenerst zu erwarten ist, alle möglichen Sonnen- und Sternpositionen zwischen Sternaufgang und Sonnenaufgang zu berechnen sind. Die verschiedenen relativen Positionen von Sonne und Stern müssen dann alle zur Entscheidung der Sichtbarkeitsfrage den Helligkeits- und Wahrnehmungskriterien unterworfen werden. Der erste Tag, an dem die Beobachtung möglich ist, ist der Tag des heliakischen Aufgangs. Dieses Durchspielen aller in Frage kommenden Stern- und Sonnenaufgangssituationen überlässt man am besten einem Computer.

Zur Bestimmung des etwaigen Konjunktionsdatums mit der Sonne wird zuerst die ekliptische Länge I des Sterns ermittelt:

$$I = \arctan\left(\frac{\sin \boldsymbol{a} \cdot \cos \boldsymbol{e}(T) + \tan \boldsymbol{d} \cdot \sin \boldsymbol{e}(T)}{\cos \boldsymbol{a}}\right)$$

Die Umkehrung der Tangensfunktion kann zu Mehrdeutigkeiten im Ergebnis führen. Es ist daher zu beachten, in welchem Quadrant das richtige Ergebnis liegt. Gegebenenfalls ist zum rechnerisch erhaltenen Wert noch 180° hinzuzuzählen [4]. Bei der Koordinatentransformation wird auch die im Laufe der Zeit leicht veränderliche Ekliptikschiefe e(T) berücksichtigt [5]:

$$\mathbf{e}(T) = 23,4392911111 - 0,01300555556 \cdot T - 0,016666666666 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 + 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot T^3$$

Darin ist T die Zahl der Jahrhunderte seit 2000 AD. Untersucht man z.B. die Sternphasen für 1000 BC, so ist T = -30.

Der etwaige Konjunktionstag des Sterns mit der Sonne nach dem Frühlingsäquinoktium ist der ganzzahlige Anteil der ekliptischen Länge in Grad. Den etwaigen Oppositionstag erhält man durch Hinzuzählen von 180 Tagen. An dieser Stelle ist keine größere Genauigkeit in der Bestimmung dieser Daten erforderlich, da das Programm ohnehin alle Tage innerhalb einiger Wochen um die exakten Daten prüfen muss. Man nimmt daher als ersten Testtag einen Tag, der ca. 30 Tage vor dem Konjunktions- oder Oppositionsdatum liegt. Alle Tagesnummern werden vom Frühlingsäquinoktium an gezählt. Mit Hilfe der Prüftagesnummer werden nun die exakten ekliptischen Koordinaten der Prüfepoche ermittelt. Dabei ist zu beachten, dass sich die Exzentrizität e(T) der Erdbahn über die Jahrhundert leicht ändert und auch die Perihellage sich gegen die Jahreseckpunkte verlagert. Die Exzentrizität berechnet sich wie folgt [6]:

$$e(T) = 0.016708634 - 0.000042037 \cdot T - 0.0000001267 \cdot T^{2}$$

Der Periheldurchgangstag $n_{PH}(T)$ liegt im Jahr 2000 AD auf dem 3. Januar, das sind im Mittel über den Schaltjahreszyklus etwa 289,25 Tage nach dem Frühlingsäquinoktium. Pro Jahrhundert wandert das Perihel 1,75 Tage in Bezug auf die Jahreseckdaten weiter [7]. Bei der Behandlung vergangener Epochen (T < 0) reduziert sich der auf das Frühlingsäquinoktium bezogene Periheldurchgangstag entsprechend:

$$n_{PH}(T) = 289,25 + 1,75 \cdot T$$

Für die ekliptische Länge der Sonne I_S am Tag n der Wahlepoche T erhält man damit schließlich in erster Näherung:

$$I_S = n \cdot \frac{360^{\circ}}{365,25} + 2 \cdot e(T) \cdot \sin \left((n - n_{PH}(T)) \cdot \frac{360^{\circ}}{365,25} \right)$$

Die Auswirkungen der veränderlichen Ekliptikschiefe, der Schwankung der Erdbahnexzentrizität und der Drift des Periheldurchgangstages auf die Kalenderdaten der Sternphasen sind gering. Diese Daten sind wesentlich stärker von den schwankenden Helligkeitskriterien beeinflusst. Der dominante Anteil in der ekliptischen Länge, der erste Summand in der oben angegebenen Gleichung, bleibt über die Jahrhunderte hinweg unveränderlich.

Nun können die Äquatorialkoordinaten d_S und a_S der Sonne aus den ekliptischen Koordinaten am Prüftag berechnet werden. Die ekliptische Breite b der Sonne ist immer Null.

$$\mathbf{d}_{S} = \arcsin(\sin \mathbf{e}(T) \cdot \sin \mathbf{l}_{S})$$

$$\mathbf{a}_{S} = \arctan\left(\frac{\cos \mathbf{e}(T) \cdot \sin \mathbf{l}_{S}}{\cos \mathbf{l}_{S}}\right)$$

Auch hier ist wieder bei der Umkehrung der Tangesfunktion auf den richtigen Quadranten zu achten. Viele Computerprogramme halten dazu die Funktion "Arcustangens-2" bereit, die die

Vorzeichen des Zählers und Nenners separat berücksichtigt und eine Ausgabe des Ergebnisses im richtigen Quadranten garantiert.

Mit den Äquatorialkoordinaten der Sonne ist nun die Berechnung ihrer Horizontalkoordinaten im System des Beobachterhorizontes möglich. Dazu ist allerdings noch die Angabe des Stundenwinkels der Sonne erforderlich. Da die Berechnungen an den einzelnen Prüftagen immer mit dem geometrischen Sternaufgang beginnen (bei Morgenerst und Abenderst) bzw. mit dem geometrischen Sternuntergang enden (bei Abendletzt und Morgenletzt) wird als Laufvariable der Stundenwinkel des Sterns gewählt. Bei den Sternaufgängen lässt man sie von t_A bis ca. $t_A + 30^\circ$ laufen, bei den Untergängen beginnt man mit t_U und lässt die Zeit im Computerprogramm gewissermaßen rückwärts von t_U bis t_U -30° laufen.

Der Stundenwinkel der Sonne t_S ist über die Sternzeit Q und die Rektaszensionen von Sonne und Stern (a_S und a) gegeben, denn die Sternzeit der Sternposition ist gleich der Sternzeit der Sonnenposition:

$$\Theta_{Stern} = \Theta_{Sonne} \iff t + \mathbf{a} = t_S + \mathbf{a}_s \iff t_S = t + (\mathbf{a} - \mathbf{a}_S)$$

An dieser Stelle ist genau zu beachten, welche der vier Sternphasen untersucht werden soll. Handelt es sich um die heliakischen Fälle, so prüft man im Zeitraum der Konjunktion und nimmt für t den Untergangsstundenwinkel des Sterns t_U beim Abendletzt und den Aufgangsstundenwinkel t_A beim Morgenerst. Handelt es sich um die achronichischen Fälle, so prüft man in der Oppositionszeit und wählt für t beim Abenderst t_A und beim Morgenletzt t_U . Bei den heliakischen Phasen stehen Sonne und Stern am gleichen Horizont, bei den achronichischen stehen sie an gegenüberliegenden Horizonten (Abb. 1 & 2).

Schließlich ermittelt man die Horizontalkoordinaten des Sterns und der Sonne (mit Index S):

$$h = \arcsin(\sin \mathbf{f} \cdot \sin \mathbf{d} + \cos \mathbf{f} \cdot \cos \mathbf{d} \cdot \cos t)$$

$$h_S = \arcsin(\sin \mathbf{f} \cdot \sin \mathbf{d}_S + \cos \mathbf{f} \cdot \cos \mathbf{d}_S \cdot \cos t)$$

$$a = \arctan\left(\frac{-\sin t}{\cos \mathbf{f} \cdot \tan \mathbf{d} - \sin \mathbf{f} \cdot \cos t}\right)$$

$$a_S = \arctan\left(\frac{-\sin t}{\cos \mathbf{f} \cdot \cot \mathbf{d}_S - \sin \mathbf{f} \cdot \cos t}\right)$$

Da es sich bei den berechneten Werten für h und h_S um wahre Höhen handelt, werden sie noch mit einer Refraktionskorrektur versehen, um zu den scheinbaren Höhen zu gelangen, in denen die Gestirne tatsächlich gesehen werden können [8]:

$$h \to h + R$$

$$R = \frac{1,02^{\circ}}{60} \cdot \frac{1}{\tan\left(h + \frac{10,3}{h+5.11}\right)}$$

Für h < 0 liefert die Formel keine korrekten Werte. Im Fall der negativen Sonnenhöhen wird zu h_S deshalb die Horizontrefraktion von ca. 0.5° hinzugezählt.

Damit sind die erforderlichen geometrischen Formeln diskutiert. Das Programm besitzt eine Schleife über alle relevanten Tage um die Konjunktion bzw. Opposition und für jeden dieser Tage wird eine Schleife für alle fraglichen Stundenwinkel, bei denen Sonne und Stern horizontnah stehen, durchlaufen. Die für jeden Tag und Stundenwinkel berechneten Koordinaten Sonnenhöhe h_S , Sonnenazimuth a_S , Sternhöhe h und Sternazimuth a werden dann der Programmsequenz zur Bewertung der Helligkeits- und Wahrnehmungsaspekte übergeben. Die Eingabegrößen für den geometrischen Programmteil sind die geographische Breite f des Beobachtungsortes, die Epoche der Untersuchung bzw. T (zur Berechnung der Ekliptikschiefe, der Erdbahnexzentrizität und des Periheldurchgangstages) und die Äquatorialkoordinaten d und d des Sterns, die bereits gemäß der Präzessionseffekte korrigiert sein müssen.

Behandlung des photometrischen und physiologischen Problems

Zu diesem Teilbereich zählen die Modellierung der Helligkeit des Dämmerungshimmels, die Berücksichtigung der Lichtabschwächung in der Atmosphäre und Aspekte der Wahrnehmungsphysiologie. Die Helligkeit des Dämmerungshimmels ist die Folge komplexer Streuvorgänge von Sonnenlicht an Luftmolekülen, Wasserdampf, Aerosolen und Ozon. Eine mathematische Beschreibung dieser Vorgänge unter Zugrundelegung der winkelabhängigen Streuquerschnitte ist sehr kompliziert, und die in der Literatur diskutierten Formeln dieser Art eignen sich nicht für eine vereinfachte Behandlung auf der Basis weniger plausibler Grundannahmen; siehe z.B. [9].

Das Problem lässt sich aber auch auf empirischem Weg adäquat behandeln. Die Helligkeit des unbewölkten Dämmerungshimmels hängt im wesentlichen von der Sonnenhöhe h_S (die in der Dämmerung negative Werte annimmt), der Zenitdistanz z der betrachteten Himmelsstelle und der Azimuthdifferenz **D**a des Vertikals dieser Stelle zum Sonnenvertikal ab. Es ist nun eine Formel zu modellieren, die in Abhängigkeit dieser drei Winkelgrößen für alle in Frage kommenden Situationen die Helligkeit des Dämmerungshimmels korrekt wiedergibt. Schaefer verwendet dazu in [3] eine Helligkeitsformel von Kastner [10], behält die analytische Form bei und passt die Koeffizienten für die spezifischen Fälle der heliakischen Sternbeobachtungen (h_S zwischen -6° und -18°, Zenitdistanzen z > 60° und $\mathbf{D}a < 90$ °) an Messwerte von Koomen et al. [11], Barteneva und Boyarova aus Rozenberg [12] und eigene Beobachtungsdaten neu an. Die Abbildung 4 zeigt entsprechende Daten der Helligkeit des Dämmerungshimmels in willkürlichen Intensitätseinheiten aus [12]. Aufgetragen ist die Beleuchtungsstärke gegen die Azimuthdifferenz der Himmelsstelle zum Sonnenvertikal. Die Himmelshelligkeit ist symmetrisch bezüglich des Sonnenvertikals, so dass nur Azimuthdifferenzen bis 180° zu betrachten sind. Die gezeichnete Kurvenschar gibt die Verläufe für verschiedene Sonnenhöhen an und jeweils für die Zenitdistanzen 60° (I) und 90° (II). Über der untergegangenen Sonne und bei geringen Azimuthdifferenzen zum Sonnenvertikal ist der Dämmerungshimmel am hellsten. Ab 90° ist die Abhängigkeit von der Azimuthdifferenz nur noch gering. In der Gegenrichtung zur Sonne weist die Helligkeit des Dämmerungshimmels den kleinsten Wert auf.

Bei einem Vergleich der heliakischen Sternphasen mit den achronichischen ist dieser Helligkeitsunterschied zu beachten. Koomen et al. geben absolute Helligkeitswerte im nicht mehr gebräuchlichen US-Maß *candle per square foot* (ca/ft^2). Die amerikanische Standardkerze, die in den USA bis in die 50er Jahre in Gebrauch war, ist um 1,6% heller als die *Internationale Kerze* (IK). Die Internationale Kerze ist heute durch die *Candela* (cd) abgelöst. Eine IK ist 1,9% heller als die *Candela* [13]. Für die US-Kerze gilt folglich:

$$1 ca = 1,016 IK = 1,016 \cdot 1,019 cd$$

Die Längeneinheit *foot* entspricht 0,3048 m. Damit erhält man für die Beleuchtungsstärke in *candle per square foot* (nicht zu verwechseln mit *foot-candle*!) folgende Umrechnung in SI-Einheiten:

$$1\frac{ca}{ft^2} = \frac{1,016 \cdot 1,019}{0,3048^2} \cdot \frac{cd}{m^2} = 11,144 \cdot \frac{cd}{m^2} = 11,144 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{cd}{cm^2}$$

In der amerikanischen Literatur ist häufig auch eine Helligkeitsangabe in *Lambert* (*la*) bzw. *Nanolambert* (*nla*) zu finden. Auch Schaefer verwendet sie in seinen maßgeblichen Arbeiten zur Archäoastronomie; z.B [14]. Die Umrechnung geschieht folgendermaßen:

$$1 nla = 3.18 \cdot 10^{-10} \frac{cd}{cm^2} = 2.85 \cdot 10^{-7} \frac{ca}{ft^2}$$

Schaefer kommt schließlich zu der folgenden Helligkeitsformel für die Dämmerungshelligkeit b_0 (in nla):

$$\log b_0 = 4.75 - \Delta a \cdot z/3 + h_S \cdot (12 + 8.21 \cdot z) + 2.86 \cdot z$$
 (sonnennaher Horizont; nach B.E. Schaefer)

Darin ist Da die Azimuthdifferenz zwischen Sonne und Himmelselement, bzw. dem Stern, dessen Sichtbarkeit untersucht werden soll ($Da < 90^{\circ}$), h_S die Sonnenhöhe ($h_S < 0$) und $z = 90^{\circ}$ - h die Zenitdistanz des Sterns ($z > 60^{\circ}$). Da die Formel mehr Datenmaterial umfängt, als in Koomen et al. zu finden ist, weicht sie etwas ab von einer, die nur an die Daten von Koomen et al. angepasst ist. Da diese Daten hier als alleinige Grundlage für die Bestimmung einer Dämmerungsformel zur Beschreibung des Gegenhorizontes zur Sonne dienen, soll Schaefers Formel zunächst auf die Konsistenz mit der entsprechenden Formel untersucht werden, die man durch die Anpassung an diesen begrenzten Datensatz allein erhält. Die Anpassung erfolgt mit der Methode der kleinsten Abstandsquadrate:

$$\log b_0 = 7.3 - \Delta a \cdot z \cdot 0.3 + h_s \cdot (11.9 + 8.9 \cdot z) + 1.2 \cdot z$$
 (sonnennaher Horizont; nur nach Daten von Koomen et al.)

Beide Formeln führen in der Berechnung der Daten heliakischer Sternaufgänge zu übereinstimmenden Ergebnissen innerhalb eines Tages. Trotz der etwas unterschiedlichen Koeffizienten sind damit beide Varianten zur Beschreibung der Himmelshelligkeit bei den heliakischen Phänomenen gleich gut geeignet und insbesondere ist gezeigt, dass auch die alleinigen Daten von Koomen et al. zur Beschreibung des Helligkeitsverlaufs in der Dämmerung hinreichend sind. Betrachtet man nun die Helligkeit für Himmelsstellen mit $\mathbf{D}a > 90^{\circ}$, $-6^{\circ} < h_S < -15^{\circ}$ und $z > 80^{\circ}$ und passt Kastners analytische Form an diese Daten an, so erhält man eine Helligkeitsformel für die achronichischen Fälle:

$$\log b_0 = 5.3 - \Delta a \cdot z \cdot 0.1 + h_s \cdot (10.1 + 11.6 \cdot z) + 2.3 \cdot z$$
(sonnenferner Horizont; nur nach Daten von Koomen et al.)

Schaefers Modell zur Berechnung der heliakischen Sternphasen gilt für einen "Standardhimmel" mit einer visuellen Grenzhelligkeit in Zenit von m_0 = 6 und einem Extinktionskoeffizienten k = 0,2. Er erläutert aber nicht, wie er die Daten von Koomen et al. auf diesen von ihm definierten Standard bezieht. Deren Arbeit lässt einen solchen Rückschluss nicht zu. Wohl aber sind dort Messwerte für einen bodennahen Himmel (Maryland, 30 m) wie auch für einen Hochgebirgshimmel (Sacramento Peak, 2800 m) zu finden. Im fraglichen Bereich der horizontnahen Beobachtung mit der Sonne in Höhen zwischen -5° und -18° unterscheiden sich die Helligkeitswerte für die zwei Beobachtungsorte kaum, und Unterschiede liegen innerhalb des Schwankungsbereichs der Messdaten. Dieser Schwankungsbereich ist allerdings auch nicht in quantifizierter Form angegeben; man kann ihn aber aus dem Verlauf der Daten grob erschließen.

Vermutlich stellt Schaefer den Bezug auf seinen Standardhimmel aufgrund eigener photometrischer Messungen her, die er aber nicht näher beschreibt. Den hier aus der Neuanpassung der Daten von Koomen et al. gewonnenen Helligkeitsformeln haftet folglich die Ungewissheit an, ob sie Schaefers Standards erfüllen. Betont sei aber nochmals, dass die hier neu ermittelte Formel für die heliakischen Fälle zu Ergebnissen für heliakische Sternphasen führt, die innerhalb eines Tages Schaefers Berechnungen entsprechen und folglich keine nennenswerten Diskrepanzen durch diesen Rest an Ungewissheit gegeben sind.

Abweichungen vom Standardhimmel berücksichtigt Schaefer durch die Angabe der Grenzgrößenklasse m_0 im Zenit und den Extinktionskoeffizienten k. Die hier vorgestellten Berechnungen folgen dieser Methode. Die Erläuterungen dazu finden sich in [3,15,16]. Betont werden muss noch, dass Einflüsse durch Lichtverschmutzung, die eine zusätzliche Himmelshelligkeit insbesondere in Horizontnähe bewirkt, nicht erfasst werden. Alle Betrachtungen gelten mithin nur für die Sichtbarkeit von Sternen am natürlichen Dämmerungshimmel. Bei einer Übertragung des Modells auf die Verhältnisse eines lichtverschmutzten Stadthimmels müssen zusätzlich zur natürlichen Helligkeit des Dämmerungshimmels die Helligkeitsbeiträge der zivilisatorischen Lichtquellen berücksichtigt werden.

Zur Entscheidung der Sichtbarkeitsfrage wird nun zunächst die Helligkeit eines Himmelselementes in Abhängigkeit von $\mathbf{D}a$, h_S , und z (= 90° - h) berechnet. Ferner die scheinbare Helligkeit des betrachteten Sterns der Größenklasse m in der Zenitdistanz z eines Himmels mit der Zenit-Grenzgrößenklasse m_0 und dem totalen Extinktionskoeffizienten k.

Ob der Stern tatsächlich vor dem hellen Hintergrund des Dämmerungshimmels sichtbar ist, wird mit Hilfe eines Formelsystems von S. Hecht beurteilt, das die Sichtbarkeit einer Punktlichtquelle vor einem hellen Hintergrund (hier eigentlich Vordergrund, der durch das Sternlicht durchstrahlt wird) modelliert [17]. Dabei ist zu beachten, dass im Bereich des Tagessehens (photopisches Sehen) das Auge eine andere Empfindlichkeit auch für diese Kontrastwahrnehmung besitzt, als in der Dunkelheit, wo das Nachtsehen (skotopisches Sehen) aktiv ist. Der Übergang zwischen diesen beiden Formen des menschlichen Sehens erfolgt in der Dämmerung und deshalb ist diese Unterscheidung hier von besonderer Bedeutung. So kann es z.B. vorkommen, dass eine horizontnahe Sternbeobachtung bei geringer negativer Sonnenhöhe und Sternhöhen von fast 10° im Zustand des photopischen Sehens gelingt, aber auch bei größeren negativen Sonnenhöhen und in geringer Sternhöhe im Zustand des skotopischen Sehens, während zwischen diesen beiden Sichtungsmöglichkeiten der Stern unsichtbar bleibt.

Hechts Formelsystem berücksichtigt diese Fallunterscheidung. Schaefer formt nun noch alle Helligkeitsangaben wie Himmelshelligkeit und Wahrnehmungsschwelle in Größenklassenangaben um (nach Umrechnungsformeln in [18]) und stellt sie der

Sternmagnitude zum Vergleich gegenüber. Der Stern ist sichtbar, wenn seine Magnitude einen kleineren Wert hat als das entsprechende Himmelssegment und wenn der Kontrast dieser Werte über der Wahrnehmungsschwelle liegt.

Nunmehr sind alle Aspekte für die Berechnung der Sternphasen erfasst und diskutiert oder zumindest durch Referenzen in der Literatur zugänglich gemacht. Zur Berechnung der heliakischen Sternphasen ist eine der Helligkeitsformeln für den sonnennahen Horizont zu nehmen, für die achronichischen Sternphasen, die allerdings einer definitorischen Schwäche unterliegen, wie noch zu diskutieren sein wird, nimmt man die Helligkeitsformel für den sonnenfernen Horizont.

Zur Problematik von horizontnahen Sternbeobachtungen in der Dämmerung

Ein Computerprogramm auf der Basis der in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellten Betrachtungen vermag die Daten des heliakischen Untergangs und Aufgangs im Sonnenjahr für beliebige Epochen, Orte und Sterne zu berechnen. So kann man z.B. mit den in Anhang 1 gegebenen Daten für die hellsten Sterne aus dem Hipparcos-Katalog [19] entsprechende Daten für die heutige Zeit ermitteln. Das Ergebnis wird in Tagen nach dem Frühlingsäquinoktium ausgegeben, weil der Stand der Sonne im Frühlingspunkt hier als Zeitpunkt Null gewertet wird und die Prüftage von diesem Zeitpunkt an gezählt werden.

Untersucht man eine archäoastronomische Fragestellung der fernen Vergangenheit, so sind durch die Angabe der seitdem verflossenen (julianischen) Jahrhunderte T (negativ bei vergangenen Epochen) alle Veränderungen aufgrund der Variationen der Erdbahnparameter hinreichend genau berücksichtigt. Die äquatorialen Gestirnskoordinaten sind jedoch für die Untersuchungsepoche einzusetzen. Die Veränderung der Koordinaten aufgrund der Präzession sind in den genannten Formeln nicht berücksichtigt. Man findet die für vergangene Epochen gültigen Äquatorialkoordinaten der hellsten Sterne z.B. in [20].

Die größte Unsicherheit bei den Berechnungen liegt in der Wahl der Zenit-Grenzgrößenklasse m_0 und des Extinktionskoeffizienten k. Ein geübter Beobachter wird Sterne der 6. Größenklasse an einem dunklen Nachthimmel erkennen. Für einen durchschnittlichen Beobachter ist eher die 5. Größenklasse anzusetzen [21]. Diese Annahme wird durch den Sternkatalog des Ptolemäus im Almagest gestützt, der 15 Sterne erster Größe, 45 zweiter, 208 dritter, 474 vierter, 217 fünfter und 49 sechster Größe enthält [22]. Der moderne Sky Catalogue 2000.0 von A. Hirshfeld und R. W. Sinnott [23], der natürlich den gesamten Himmel umfasst und nicht nur den von Griechenland aus sichtbaren Anteil, enthält 2 Sterne mit Größe -1, 7 Sterne nullter Größe, dreizehn erster Größe, 71 zweiter, 192 dritter, 625 vierter 1963 fünfter, 5606 sechster, 15565 siebter und 21225 achter Größe. Der Katalog des Ptolemäus bricht folglich schon bei den Sternen fünfter Größe ab und nennt nur einige wenige der sechsten Größe.

Der von Schaefer verwendete Standardextinktionskoeffizient von k = 0,2 entspricht einem Ort mit sehr guten Beobachtungsbedingungen. Die weltbesten Beobachtungsorte weisen k = 0,15 auf. Für die praktischen Zwecke der prähistorischen Kalenderastronomie ist dieser Wert i. a. nicht erfüllt. Auch jahreszeitliche Schwankungen z.B. durch einen veränderlichen Wasserdampfgehalt der Luft fließen in diesen Koeffizienten ein und müssen abgeschätzt werden. Im Frühling Mitteleuropas z.B. sollte eher der Wert k = 0,35 angesetzt werden [21].

Schließlich setzt der Algorithmus aus den obigen Formeln immer klare Sicht an den erwarteten Ereignistagen voraus. Mit Monte-Carlo-Techniken lässt sich der zufällige Charakter der Himmelsbewölkung simulieren und man findet im langjährigen Mittel eine Verspätung des Morgenerstes von einigen Tagen gegenüber dem theoretisch frühestmöglichen Termin [3].

Alle diese Aspekte wirken in der Praxis gegen eine scharfe und kalendarisch präzis wiederkehrende Sternphasenerscheinung. Bestenfalls auf einige Tage genau ist die Wiederkehr z.B. eines heliakischen Aufgangs. Im ungünstigen Fall, wenn die Sonne z.B. während der Mittsommerzeit in hohen nördlichen Breiten morgens und abends nur langsam ihren Abstand zum Horizont ändert und die Dämmerungszeiten lange andauern, oder wenn die Ekliptik sehr flach liegt und sich dann innerhalb von Wochen im Moment der täglichen ersten oder letzten Sichtung die Höhenwinkeldifferenz zwischen Stern und Sonne am Horizont kaum ändert, kann von einem zeitlich eng eingrenzbaren Ereignis erst recht keine Rede mehr sein.

Hinzu kommt noch, dass die achronichischen Sternphasen unter einem ernsten definitorischen Mangel leiden. Die heliakischen Phasen sind durch das Beobachtungskriterium "letztmalige Sichtbarkeit" und "erstmaliges Wiedererscheinen" genau definiert. Eine vergleichbare Definition ist während der Oppositionszeit nicht möglich, denn ein Stern weist dann keine Unsichtbarkeitsspanne auf. Man muss also ohne Ja-Nein-Kriterium auskommen und eine zusätzliche Entscheidungshilfe finden, durch die sich die achronichischen Sternphasen präziser eingrenzen lassen. In Frage kommt z.B. der geometrische Auf- oder Untergang des Sterns während der Dämmerung, obwohl er unsichtbar ist, oder auch ein Verblassen oder Erscheinen des Sterns, wenn er möglichst genau in der Opposition steht. Diese Kriterien setzen damit zumindest qualitative begleitende astrometrische Studien zur täglichen Sternund Sonnenposition voraus. Die kalendarische Schärfe der achronichischen Ereignisse hängt folglich in jedem Fall sehr wesentlich von der Güte der Zeit- oder Winkelschätzungen zur Bestimmung des geometrischen Untergangs oder der Oppositionsstellung ab.

Als weiteres Kriterium zur Anzeige einer achronichischen Sternphase kommt noch der Minimalwert des *Arcus Visionis* in Frage. Der Arcus Visionis ist der Winkel zwischen der Sonnentiefe (Betrag der negativen Sonnenhöhe) und der Sternhöhe. Azimuthdifferenzen zwischen dem Stern- und Sonnenvertikal bleiben dabei allerdings unberücksichtigt:

Arcus Visionis:
$$AV = |h_s| + h$$

Innerhalb von Wochen um eine Sternphase herum ändert sich der Arcus Visionis im allgemeinen um einige bis etliche Winkelgrade. Ist er minimal, so ist gewährleistet, dass die Sichtung bei möglichst geringen Sonnenhöhen, also früh in der Dämmerung erfolgt und der Stern dabei ebenfalls tief am Horizont steht und nicht zig Winkelgrade von seinem Extinktionswinkel entfernt ist. Handelt es sich um einen ekliptiknahen Stern, so ist durch dieses Kriterium weiterhin gewährleistet, dass die achronichischen Phasen in die Zeit der Sonnenopposition fallen.

Berechnet man die Daten achronichischer Sternphasen, so muss man sich für eine dieser möglichen und sinnvollen Definitionen willkürlich entscheiden. Von dieser Wahl hängt das Ergebnis empfindlich ab. Der skeptischen Meinung, die achronichischen Sternphasen eignen sich wegen dieser Probleme erst gar nicht für eine kalendarische Verwendung in vorzeitlichen Kulturen, kann nicht energisch widersprochen werden.

Vorüberlegungen zur Modellierung der Plejadensichtbarkeit

Streng genommen gilt das im theoretischen Modell zur Entscheidung der Sternsichtbarkeit verwendete Formelsystem von S. Hecht nur für die Wahrnehmung von Punktlichtquellen, so dass die Übertragbarkeit der hier geschilderten Berechnungen auf den Fall einer Sternansammlung fraglich ist. Bei den Plejaden handelt es sich um einen offenen Sternhaufen, dessen hellste Sterne sich etwa über die Fläche verteilen, die der Vollmond am Himmel einnimmt. Man darf also weder die integrierte Gesamthelligkeit der Plejaden zur Berechnung der Sternphasen einsetzen, noch sie durch die Helligkeit ihres hellsten Sterns Alcyone (m = 2,85) allein beschreiben. Nach Schaefers Empfehlung nimmt man den Mittelwert dieser beiden Größen oder die um eine halbe Größenordnung reduzierte Gesamthelligkeit und behandelt die Plejaden ansonsten wie einen einzelnen Stern [24].

Summiert man die Intensität derjenigen Plejadensterne, die einen Namen aus der griechischen Mythologie erhalten haben (die anderen leisten keinen wesentlichen Beitrag mehr), so erhält man für die Gesamthelligkeit des Sternhaufens eine etwaige Magnitude von m = 1,6. Die Tabelle 2 listet die Daten der einzelnen Sterne und das Ergebnis der Helligkeitssummation auf.

P	ejadenstern		mag	F/F_1
1	Alcyone	25η Tau	2,85	1
2	Taygete	19 Tau	4,30	0,263
3	Merope	23 Tau	4,18	0,294
4	Elektra	17 Tau	3,70	0,457
5	Calaeno	16 Tau	5,45	0,091
6	Maia	20 Tau	3,88	0,387
7	Sterope	21 Tau	5,76	0,069
8	Atlas	27 Tau	3,63	0,488
9	Pleione	28 Tau	5,06	0,131
G	esamthelligke	it:	1,59	Σ 3,18

Tabelle 2: Helligkeit der Plejadensterne und Gesamthelligkeit der Plejaden

Verwendung fand dabei die folgende Formel, die den Strahlungsstrom F eines Sterns (in W/m^2) mit der Größenklasse m in Beziehung setzt:

$$F/F_1 = 10^{-0.4 \cdot (m-m_1)} \Leftrightarrow (m-m_1) = -2.5 \cdot \log(F/F_1)$$

Die Strahlungsströme der Plejadensterne sind in Tabelle 2 auf den Wert des hellsten Sterns Alcyone (F_I, m_I) bezogen. In Anlehnung an Schaefers Empfehlung wird hier für die Plejaden ein Wert von m = 2,0 eingesetzt. Aber auch die Abweichungen, die sich ergeben, wenn verschiedene Helligkeitswerte zwischen 2,0 und 2,9 gewählt werden, werden in Vergleichsrechnungen untersucht. So können die Ergebnisse später noch auf andere Helligkeitsannahmen übertragen werden, falls sich die Empfehlung Schaefers als zu optimistisch herausstellen sollte.

Mit der im folgenden geschilderten Strategie lassen sich Daten zur Entscheidung dieser wichtigen Frage der Plejadenhelligkeit ermitteln. Beobachtet man in der Dämmerung das Erscheinen der Plejaden am Horizont und bestimmt man dabei den Zeitpunkt der erstmaligen Sichtbarkeit, so lassen sich aus der Zeitmessung (bei bekannter geographischer Breite des Beobachtungsortes) die für die Helligkeitsberechnungen relevanten Winkel $\textbf{\textit{D}}a$, h_S , und h_S rechnerisch bestimmen. Ermittelt man in der Beobachtungsnacht auch die Zenit-Grenzgrößenklasse m_O , so sind bis auf die Plejaden-Magnitude m und den

Extinktionskoeffizienten k alle Modellparameter bekannt. Die unbekannten Parameter m und k sind durch das theoretische Modell verknüpft. So wird z.B. eine Plejadensichtbarkeit bei großem m und kleinem k vorhergesagt, aber auch eine bei kleinem m und großem k.

Eine Probebeobachtung eines Plejadenaufgangs über dem offenen Meer an der Nordküste Bornholms erbrachte folgendes Ergebnis: Bei einer Sonnenhöhe von $h_S = -15,5^{\circ}$ und einer Azimuthdifferenz von $\mathbf{D}a = 91^{\circ}$ wurden die Plejaden in einer Höhe von $h = 3,5^{\circ}$ erstmals sichtbar. Die Zenit-Grenzgrößenklasse betrug $m_0 = 5,1$. Das Modell reproduziert diese Beobachtung bei Wertepaaren für (m/k) von (2,0/0,25), (2,2/0,24), (2,4/0,22), (2,6/0,20) und (2,8/0,18).

Da unter den gegebenen Verhältnissen des Beobachtungsortes ein Extinktionswert, wie er bei den weltbesten Beobachtungsorten auftritt (k < 0.20), ausgeschlossen ist, sondern eher ein k im Bereich von 0,25 zu erwarten ist, bestätigt diese Probebeobachtung Schaefers Annahme von m = 2 für die visuelle Gesamthelligkeit der Plejaden. Weil das Modell nicht für lichtverschmutzte Zivilisationshimmel gilt, konnte der Verfasser aus Ermangelung an schnell zugänglichen "dunklen" Himmeln bislang keine weiteren Beobachtungsdaten sammeln.

Die hier skizzierte Strategie zur Bestimmung der Plejadenhelligkeit lässt sich noch verbessern und von der Notwendigkeit der *k*-Abschätzung befreien, wenn nicht nur der Zeitpunkt der ersten Plejadensichtbarkeit bestimmt wird, sondern auch der eines Sterns mit bekannter Helligkeit. Dann lässt sich aus der erstmaligen Sichtbarkeit des Sterns der Extinktionskoeffizient *k* direkt ableiten, weil für die Modellierung dieser Beobachtung nur noch ein freier Parameter im Modell, nämlich *k*, verbleibt.

Die Sternphasen der Plejaden

"Wenn das Gestirn der Plejaden, der Atlastöchter, emporsteigt, Dann beginne die Ernte, doch pflüge, wenn sie hinabgehen. Vierzig Nächte und Tage hindurch sind diese verborgen, Doch wenn im kreisenden Laufe des Jahres sie wieder erscheinen, Dann beginne, die Sichel zur neuen Ernte zu wetzen."

Hesiod, Werke und Tage (Übersetzung von Thassilo von Scheffer, aus [1])

Im diesem Teil des Aufsatzes werden Berechnungen zu den Sternphasen der Plejaden vorgestellt und diskutiert. Die Plejaden und ihre Phasen werden von Hesiod um 700 v. Chr. in "Werke und Tage" als wesentlich für den Bauernkalender zum Ende der Bronzezeit beschrieben. Auch auf der Himmelsscheibe von Nebra, die in die Epoche 1600 v. Chr. datiert wird, sind sie wahrscheinlich abgebildet. Man kann deshalb aufgrund der Quellen- und Fundlage eine wichtige kalendarische Funktion der Plejaden im Kalender der Bronzezeit annehmen.

Nur zwei der vier Sternphasen der Plejaden treten zeitlich hinreichend präzise auf, um eine kalendarische Funktion erfüllen zu können - das Abendletzt und das Morgenletzt, jeweils beim Untergang der Plejaden am Westhorizont (siehe Abb. 5, wo die Geometrie des Abendletztes dargestellt ist). Die östlichen Sternphasen Morgenerst und Abenderst sind im bronzezeitlichen Mittel- und Nordeuropa zeitlich sehr unbestimmt. Der Grund dafür liegt in der Position der Plejaden an der Himmelssphäre. In der Bronzezeit standen sie nahe beim Frühlingspunkt. Folglich liegt die in Frühlingspunktnähe gegen den Himmelsäquator

aufsteigende Ekliptik sehr flach zum Osthorizont, wenn die Plejaden im Aufgang sind (Abb. 6). Dann aber schlägt die von Tag zu Tag veränderliche Differenz von Sonne und Plejaden von ca. 1° in ekliptischer Länge beim Aufgang der Plejaden kaum in merkliche Höhendifferenzen zwischen Sonne und Stern zu Buche. Über eine lange Zeit im Kalender hinweg erfolgt dann die erst- bzw. letztmalige Sichtbarkeit bei nahezu unverändertem Arcus Visionis. Eine kalendarisch präzise Sternphase ist immer auch mit einem von Tag zu Tag stark veränderlichem Arcus Visionis verknüpft, so dass sich dieses Kriterium gut zur Bewertung der kalendarischen Eignung einer Sternphase eignet. Auch zur Abschätzung der Präzision der Zeitbestimmung mit Sternphasen kann die Analyse des zeitlichen Verlaufs des Arcus Visionis eingesetzt werden, wie unten genauer ausgeführt wird.

Die Tabelle 3 zeigt aber zunächst die Kalenderdaten des Abendletztes der Plejaden in den Epochen 2000 BC bis 600 BC und für die geographischen Nordbreiten von 38° bis 54°. Das Abendletzt ist von den präzisen Plejadenphasen die genau definierte Erscheinung, weil es Anhand eines Ja-Nein-Kriteriums entschieden wird. Alle Tagesnummern beziehen sich auf das Frühlingsäquinoktium (Tag 0). Die zur Berechnung erforderlichen Äquatorialkoordinaten der Plejaden (bzw. des hellsten Sterns Alcyone) bringt die Tabelle im Anhang 2. Die Modellatmosphäre mit k = 0.20 und $m_0 = 6$ wird als "klarer Himmel" bezeichnet, die Atmosphäre mit k = 0.35 und $m_0 = 5$ als "trüber Himmel". Diese Benennungen werden der Einfachheit halber gewählt. Der "trübe Himmel" ist nicht wolkenverhangen, sondern besitzt einen größeren Wasserdampfgehalt, was die totale Extinktion erhöht. Die intrinsische Genauigkeit des Programms bei der Berechnung der Tagesnummern liegt bei 1 Tag. Eine Variation von 1 Tag im Ergebnis ist demnach nicht Ausdruck für die Präzision der Sternphase. Diese praktische Genauigkeit und die Aussagekraft der Modellrechnungen wird später genau diskutiert. Im Fall des "klaren Himmels" erfolgt die Sichtbarkeit der Plejaden in fast allen Fällen bei Sonnenhöhen zwischen -11° und -9° und Sternhöhen von ca. 5° - 6°. Der Arcus Visionis liegt jeweils im Bereich von 15,5° - 16,5°. Im Fall des "trüben Himmels" liegt die Sonnenhöhe zwischen -16° und -11° und die Sternhöhe bei ca. 5° - 10°. Der Arcus Visionis liegt jeweils im Bereich von 20,5° - 21,5°. Wie oben schon erwähnt, gibt es zwei Sichtbarkeitsbereiche: Im photopischen Sehen bei kleinen negativen Sonnenhöhen und großen Sternhöhen und im skotopischen Sehen bei großen negativen Sonnenhöhen und kleinen Sternhöhen. Bei der Berechnung des Arcus Visionis gleicht sich dies weitgehend aus, so dass an seinem Betrag im wesentlichen der Einfluss der unterschiedlichen Modellatmosphären abgelesen werden kann. Bei allen Berechnungen wurde die Helligkeit der Plejaden zu m=2.0gesetzt.

Als wesentliche Ergebnisse sind festzuhalten: 1) Das Abendletzt tritt während einer bestimmten Epoche in ganz Europa zur gleichen Zeit auf. 2) Bei schlechteren Sichtverhältnissen verlagert sich das Abendletzt früher in den Kalender. 3) Bedingt durch die (etwas willkürlichen) Annahmen der zwei Modellatmosphären lässt sich als erstes grobes Maß für die kalendarische Präzision des Abendletztes eine Zeitspanne von etwa einer Woche angeben.

Eine entsprechende Tabelle für die Daten der zweiten Sternphase mit Ja-Nein-Kriterium, das Morgenerst, zeigt die kalendarische Unschärfe dieser Sternphase auf (Tabelle 4). Das Datum des Morgenerstes (heliakischer Aufgang) verändert sich stark bei zunehmender geographischer Breite, was auf den Effekt der beim Plejadenaufgang flach zum Osthorizont laufenden Ekliptik zurückzuführen ist. Der später diskutierte Verlauf des Minimalwert des Arcus Visionis über mehrere Monate hinweg beweist sogar, dass diese Sternphase auf hohen Breiten völlig unscharf und damit unbeobachtbar ist. Die Tabelle 4 täuscht deshalb noch eine gewisse Verwendbarkeit des Morgenerstes vor, die so nicht gegeben ist. Bei "klarem

Himmel" ("trübem Himmel") liegen die Sonnenhöhen bei der ersten Plejadensichtung zwischen -10° und -8° (-11° und -8°) und die Sternhöhen bei 6° - 7° (10° - 12°); der Arcus Visionis liegt bei 14,5° bis 15,5° (19,5° - 20,5°).

Epoche	Breite	klarer Himmel Tag	Trüber Himmel Tag
2000 BC	38°	-13	-19
2000 BC	42°	-13	-19
	46°	-13	-19
	50°	-13	-20
	52°	-13 -14	-20
	52°	-14 -14	-20
1800 BC	38°	-14	-16
1000 BC	36 42°	-10 -10	-16 -16
	42 46°		
	50°	-10 -11	-16 -17
	50°		
	54°	-11	-17 -17
1600 DC	38°	<u>-11</u>	
1600 BC		-7	-13
	42°	-7	-13
	46°	-8	-14
	50°	-8	-14
	52°	-8	-14
1.400 D.C.	54°	-8	-15
1400 BC	38°	-5 -	-11
	42°	-5	-11
	46°	-5	-11
	50°	-5 -5	-11
	52°		-11
1200 P.G	54°	-5	-12
1200 BC	38°	-2	-8
	42°	-2	-8
	46°	-2	-8
	50°	-2	-8
	52°	-2	-9
1000 P.G	54°	-3	<u>-9</u>
1000 BC	38°	1	-5
	42°	1	-5
	46°	1	-5
	50°	0	-6
	52°	0	-6
	54°	0	-6
800 BC	38°	4	-2
	42°	4	-2
	46°	4	-2
	50°	3	-3
	52°	3 3 3	-2 -2 -3 -3
	54°		
600 BC	38°	7	1
	42°	6	1
	46°	6	0
	50°	6	0
	52°	6	0
	54°	6	-1

Tabelle 3: Das Auftreten des Abendletztes im Europa der Bronzezeit

Epoche	Breite	klarer Himmel	Trüber Himmel
		Tag	Tag
2000 BC	38°	32	43
	42°	35	48
	46°	41	55
	50°	49	65
	52°	55	72
	54°	62	79
1800 BC	38°	34	45
	42°	38	50
	46°	43	57
	50°	51	67
	52°	57	73
	54°	64	81
1600 BC	38°	37	47
	42°	40	52
	46°	46	59
	50°	53	69
	52°	59	75
	54°	66	82
1400 BC	38°	39	50
	42°	43	55
	46°	38	61
	50°	56	70
	52°	61	76
	54°	68	83
1200 BC	38°	42	52
	42°	45	57
	46°	50	63
	50°	58	72
	52°	63	78
	54°	69	84
1000 BC	38°	44	55
	42°	48	59
	46°	53	65
	50°	60	74
	52°	65	79
	54°	71	86
800 BC	38°	47	57
	42°	50	61
	46°	55	67
	50°	62	75
	52°	67	81
	54°	73	87
600 BC	38°	49	59
300 20	42°	53	63
	46°	57	69
	50°	64	77
	52°	69	82
	54°	74	88
T 1 11 4 D		/T	1 D

Tabelle 4: Das Auftreten des Morgenerstes im Europa der Bronzezeit

Bei den zwei übrigen Sternphasen, dem Abenderst und Morgenletzt, ist die Angabe einer solchen Tabelle mit genauen Stichdaten sinnlos, weil sie sich nicht in einem eindeutigen Entscheidungskriterium wie erst- oder letztmalige Sichtbarkeit nach oder vor einer längeren Unsichtbarkeitsspanne äußern. Zur Beurteilung der Güte dieser Sternphasen wird deshalb das Kriterium der zeitlichen Variation des Arcus Visionis herangezogen. Ist der Arcus Visionis minimal, so steht ein ekliptiknaher Stern mit etwa Wochengenauigkeit in Opposition zur

Sonne. Für alle untersuchten Epochen und Breitengrade wurde deshalb die zeitliche Variation des Arcus Visionis um etliche Wochen um die Sternphasenereignisse berechnet. Aus Platzgründen verbietet sich die Aufnahme aller dieser Daten in Tabellen. Auch ist eine weitgehende Übertragbarkeit der wesentlichen Erkenntnisse bei ausgewählten Fällen auf andere Fälle gewährleistet, so dass hier die Diskussion von verallgemeinerungsfähigen Hauptfällen ausreicht. Diese Diskussion geschieht anhand der Abbildung 7.

In Abbildung 7 sind die Verläufe des Arcus Visionis (AV) für die einzelnen Sternphasen der Plejaden gegen die Kalendertage (Tag 0 = Frühlingsäquinoktium) aufgetragen. Berechnungsvoraussetzungen waren wieder m = 2,0 (Plejadenhelligkeit) und "klarer Himmel" (k = 0,20, m0 = 6; blaue Linien) und "trüber Himmel" (k = 0,35, m0 = 5; rote Linien). Die Epoche ist 1600 BC, zwecks einer direkten Übertragbarkeit der Ergebnisse auf die Himmelsscheibe von Nebra.

Die untere Hälfte der Abbildung zeigt die AV-Verläufe für eine Nordbreite von 52° (z.B. Sachsen-Anhalt; Fundregion der Himmelsscheibe). In der oberen Bildhälfte sind die entsprechenden AV-Verläufe für eine Breite von 38° gezeichnet (z.B. Böotien in Griechenland). Die vier senkrechten Linien dienen der besseren zeitlichen Orientierung. Die zwei brauen Linien markieren das Frühlingsäquinoktium (Tag 0) und das Herbstäquinoktium (Tag 186). Die senkrechten blauen Linien kennzeichnen die Konjunktion der Plejaden mit der Sonne (Tag 9) und die Opposition (Tag 194); jeweils in ekliptischer Länge. Die entsprechenden Daten für andere Epochen bringt die Tabelle im Anhang 3.

Nun zur Interpretation der Kurvenverläufe. Im Bereich ganz links ist der AV-Verlauf bis zum Abendletzt eingetragen. Jedes Kurvenstück endet in einem Punkt, der das errechnete Datum des Abendletztes markiert (siehe Tabelle 3). Man stellt einen steilen Abfall des AV bis zur letztmaligen Sichtbarkeit fest, und das unabhängig von der geographischen Breite und den Himmelsverhältnissen. Beim trüben Himmel tritt das Abendletzt früher ein. Die weiter nach unten und rechts ragende blaue Linie des klaren Himmels wird weiter oben und links von der roten, die früher abreißt, verdeckt. Bis dahin verläuft der AV unabhängig vom Himmelszustand identisch.

Das Frühlingsäquinoktium und die Sonnenkonjunktion liegen in der nun folgenden Unsichtbarkeitsspanne, deren Dauer merklich von der geographischen Breite und auch vom Himmelszustand abhängt. Auf 52° Nordbreite tritt das Morgenerst mehr als 60 Tage nach dem Frühlingsäquinoktium auf. Der AV-Wert bei der ersten Sichtbarkeit am Tag des Morgenerstes (blaues bzw. rotes Punktsymbol) hält aber auch für die folgenden Monate nahezu unverändert an; die rote und blaue Kurve verläuft jeweils in fast gleich bleibender Höhe. Das bedeutet, dass den ganzen Sommer hindurch allmorgentlich die Sichtbarkeit der Plejaden bei einem unveränderten AV möglich ist und folglich keine scharfe Zuordnung eines Morgenerstes gelingt. Dies setzt einen Anstieg des AV-Verlaufes voraus, der in der Flankensteilheit dem Abfall beim Abendletzt ähnelt.

Auf der geographischen Breite von 38° ist die Identifikation des Morgenerstes mit gewisser Genauigkeit dagegen möglich. Weiter im Süden verläuft die Ekliptik beim Plejadenaufgang am Osthorizont etwas steiler als auf nördlicheren Breiten und die AV-Werte nehmen nach dem theoretischen Morgenersttermin (Punktsymbole) wieder deutlich zu. Im Hochsommer Nordeuropas hält die Dämmerung über die Mitternacht hinweg an, weil die Sonne im Norden nicht die nötige Tiefe erreicht, die für ein Abklingen auch des letzten Dämmerungslichtes erforderlich ist. So ist auch eine horizontnahe Plejadensichtung bei Dämmerungsverhältnissen in der Mitternacht noch möglich. Nähert sich die Sonne dem Oppositionspunkt, so beginnt die Abendsichtbarkeitsspanne der aufgehenden Plejaden, die

sich folglich nahtlos an die Morgensichtbarkeitsspanne bei gleichen AV-Werten anschließt. Man kann sich diesen Umstand besser versinnbildlichen, wenn man sich in Gedanken bei gleich bleibender Sternzeit die Plejaden in einer Höhe von einigen Grad am Osthorizont denkt und den jährlichen Lauf der Sonne durch die Ekliptik hinzunimmt. Die Sonne wandert dabei entlang der flach liegenden Ekliptik von der Ostseite des Himmels über die Nordseite zur Westseite des Horizontes, ohne jemals so tief unter dem Horizont zu stehen, wie es für eine völlige Abdunkelung des Himmels erforderlich wäre. Dies erklärt den Zusammenhang der AV-Linien für das Morgenerst und das Abenderst in der Abbildung 7. In südlicheren Breiten ist diese andauernde Dämmerungssichtbarkeit der Plejaden bei kleinen AV-Werten nicht gegeben. Der AV erreicht im Hochsommer Werte um die 30°, was nur mit negativen Sonnenhöhen von -20° und weniger erreicht werden kann, wenn dunkle Nacht herrscht. Nur in diesen südlichen Gefilden macht eine kalendarische Unterscheidung von Morgenerst und Abenderst der Plejaden überhaupt Sinn.

Betrachtet man den AV-Verlauf für die Sternphasen während der Oppositionszeit (Abenderst und Morgenletzt), so bemerkt man ein Fehlen der Punktsymbole zur Anzeige eines festen Stichtags im Kalender. Wie oben erklärt, muss ein Kalenderdatum für ein Abenderst oder Morgenletzt auf der Basis einer willkürlichen Definition erschlossen werden. Der Blick auf die Abbildung 7 im Zeitbereich der Herbst-Tag-Nacht-Gleiche macht deutlich, dass der Minimalwert des AV-Verlaufes als ein solches Entscheidungskriterium in Frage kommt. Im Falle des Abenderstes ist eine feste Zuordnung im Kalender wieder wegen der Flachheit der Ekliptik am Osthorizont während des Plejadenaufgangs aussichtslos. Dieser Fall wird deshalb nicht weiter diskutiert. Im Fall des Morgenletztes dagegen sinkt der AV steil in eine Minimumlage hinein aus der er sich ca. 30 Tage später in ebenso steilem Verlauf wieder erhebt. Dieser Kurvenverlauf ähnelt dem einer Parabel, jedoch sind am Parabelscheitel zwei lokale Minima zu beobachten. Dieser eigentümliche Verlauf erklärt sich durch die Besonderheit des menschlichen Gesichtssinnes, der eine Sternsichtung in zwei unterschiedlichen Modi ermöglicht - im Zustand des photopischen und skotopischen Sehens. Praktisch bedeutet dies: In einer Zeitspanne von ca. 30 Tagen ändert sich der AV nicht merklich (dies gilt insbesondere, wenn man eine Variation der Himmelsverhältnisse mit in Betracht zieht) und die zeitliche Eingrenzung des Morgenletztes gelingt nicht besser als auf etwa einen Monat.

Auch wenn der Verwendung dieses Kriteriums des minimalen Arcus Visionis etwas Willkürliches anhaftet, so ist es doch geeignet, die Unschärfe der Sternphasenbestimmung zu veranschaulichen. Eine systematische Bestimmung der zeitlichen Unschärfe einer Sternphase gelingt nun mit folgender Methode. Zunächst ermittelt man das absolute Minimum $AV_{min\ l}$ des AV-Verlaufs für den denkbar besten Himmel (hier "klarer Himmel"), dann bestimmt man das absolute Minimum $AV_{min\ l}$ für den eher durchschnittlichen Himmel (hier: "trüber Himmel") und schließlich veranschlagt man die Differenz der AV-Werte beider Minima DAV ($=AV_{min\ l}$) als Entscheidungstoleranz, die auf die Kurze des besten Himmels angewendet wird. Dort wo der AV-Wert im Abstieg und im Anstieg den Wert $AV_{min\ l}$ + DAV erreicht, werden die Grenzen des Unschärfebereichs angesetzt (Abb. 8). Damit erreicht man eine Fehlerabschätzung, die allein auf der ohnehin zu diskutierenden Variationsbreite der Himmelsverhältnisse basiert. Wendet man diese Methode auf den flachen Verlauf der AV-Werte des Morgenerstes bei einer Breite von 52° an, so findet man auch die kalendarische Insignifikanz dieser Sternphase bestätigt, weil der gesamte blaue Linieverlauf innerhalb der abgeleiteten unscharfen Zeitspanne verbleibt.

Die mit diesem Verfahren ermittelten Zeittoleranzen sind in der Abbildung 8 in den Verlauf der AV-Werte mit eingetragen. Man findet, dass im Fall der bronzezeitlichen

Plejadenbeobachtungen europaweit, d.h. breitenunabhängig, nur das Abendletzt und das Morgenletzt für eine Kalenderfunktion in Frage kommen. In Südeuropa ist auch noch das Morgenerst geeignet. Völlig unbestimmt sind dagegen Morgenerst und Abenderst auf Breitengraden ab etwa 50° Nord.

Die Genauigkeit des Abendletztes beträgt einige Tage bis eine Woche, in Abhängigkeit von den Himmelsverhältnissen. Diese Sternphase hat die kleinste zeitliche Toleranz und ist durch das Ja-Nein-Kriterium der Sichtbarkeit scharf definiert. Damit eignet sie sich am besten zur Zeitbestimmung. Das Morgenletzt ist wegen des definitorischen Mangels viel unschärfer, obwohl der AV-Verlauf breitenunabhängig ebenso steil ist wie im Fall des Abendletztes. Man stellt weiterhin eine nur kleine Vergrößerung dieser zeitlichen Unschärfe fest, je weiter im Norden beobachtet wird. Die zeitliche Mitte des Unschärfebereichs ist dagegen breitenunabhängig. Um 1600 BC liegt dieser Mittelwert beim Kalendertag 200. An dieser zeitlichen Lage des Morgenletzt-Bereiches im Kalender ändern auch andere Himmelsverhältnisse kaum etwas. Die Kurve für schlechtere Sichtverhältnisse liegt generell bei höheren AV-Werten, ist aber insgesamt nur wenig nach links verschoben und die Parabel ist sogar schmaler als die des klaren Himmels. Als bemerkenswertes Ergebnis der Analyse bleibt hier festzuhalten: Auf die zeitliche Lage und Schärfe der Morgenerstbestimmung im Rahmen der hier entwickelten Fehlerabschätzungsmethode haben die Himmelsverhältnisse nur einen untergeordneten Einfluss.

Zusammenfassung

Insgesamt ergibt sich folgendes Fazit: Das Abendletzt der Plejaden trat um 1600 BC europaweit am Tag -11 +/- 3 Tage auf, also 11 Tage vor dem Frühlingsäquinoktium und 20 Tage vor der Sonnenkonjunktion. Das Morgenletzt der Plejaden lässt sich auf den Zeitbereich zwischen Tag 186 und Tag 214 eingrenzen. Bezieht man sich auf die zeitliche Mitte dieses Bereichs, so fand das Morgenletzt am Tag 200 +/- 14 Tage statt, also 14 Tage nach dem Herbstäquinoktium und 6 Tage nach der Sonnenopposition. Zur Bestimmung des Zeitbereichs des Morgenletztes wurde das Kriterium des minimalen Arcus Visionis verwendet und eine Fehlerspanne auf der Basis der typischen Variationsbreite der Himmelsverhältnisse abgeleitet. Das absolute Minimum des Arcus Visionis beim Morgenletzt fällt auf Tag 198 (klarer Himmel), das sind 12 Tage nach der Herbst-Tag-und-Nacht-Gleiche.

Übertragbarkeit der Ergebnisse auf andere Plejadenhelligkeiten und andere Epochen

Die im vorangegangenen Abschnitt diskutierten AV-Verläufe der Plejadenphasen lassen sich unmittelbar auf andere zeitliche Epochen und andere Grundannahmen bezüglich der Helligkeit der Plejaden verallgemeinern, wenn man sich auf die zeitlich scharfen und breitenunabhängigen Sternphasen Abendletzt und Morgenletzt beschränkt. Trägt man die AV-Verläufe des Abend- und Morgenletztes auch für die Plejadenhelligkeiten m=2,3; 2,6 und 2,9 auf, so gelangt man zu den in Abbildung 9 gezeigten Verhältnissen. Abgesehen vom Verlauf der zwei lokalen Minima am Parabelscheitel ähneln sich alle Morgenletzt-Kurven hinsichtlich ihrer Parabelform. Die Kurve für m=2,9 am klaren Himmel deckt sich in der abfallenden Flanke mit der von m=2,0 am trüben Himmel. In gewisser Hinsicht kompensieren sich also dort diese Effekte. Bei geringeren Helligkeiten verlagert sich allerdings der absolute Minimalwert des Arcus Visionis deutlich in das zweite lokale Minimum des AV-Verlaufs des Morgenletztes.

Der ungünstigste in Abbildung 9 dargestellte Fall mit m=2,9 am trüben Himmel äußert sich durch dramatisch erhöhte AV-Werte. Bemerkenswert ist jedoch, dass auch bei veränderten Plejadenhelligkeiten die Kalenderdaten des Morgenletztes sich nur unwesentlich verlagern, wenn man wieder das oben vorgestellte Verfahren zur Ermittlung des typischen Unschärfebereichs anwendet. Das Abendletzt verlagert sich dagegen bei geringeren Plejadenhelligkeiten und schlechteren Himmelsverhältnissen zu immer früheren Daten im Kalender. Jedoch ist auch in diesem Fall nur eine kleine Zeitverschiebung zu beobachten, was auf den steilen AV-Abfall zurückzuführen ist. Falls es erforderlich sein sollte, lassen sich alle Ergebnisse, die mit der Annahme m=2,0 gewonnen wurden, anhand der Abbildung 9 noch auf andere Plejadenhelligkeiten korrigieren. Man ermittelt den zeitlichen Versatz des Unschärfebereichs und veranschlagt ihn für alle Tageszahlen des Abendletztes in Tabelle 3 bzw. für den zeitlichen Mittelwert des Morgenletzt-Bereiches gemäß Abbildung 8.

Sucht man die Kalenderdaten des Abend- und Morgenletztes in anderen Epochen, z.B. falls sich die Datierung der Himmelsscheibe von Nebra noch verändern sollte, so hilft die Abbildung 10, in der die absoluten Minima der AV-Werte für das Abend- und Morgenletzt für die Breite von 52° Nord gegen die Zeit aufgetragen sind. Wegen der Veränderung der ekliptischen Länge der Plejaden durch die Präzession verlagern sich die Sternphasen im Kalender ebenso wie die Daten für die Sonnenkonjunktion und Opposition. Die Zeitdifferenz einer Sternphase zur Konjunktion bzw. Opposition bleibt jedoch im angegebenen Zeitraum konstant. Die Größe dieser Zeitdifferenz hängt von den Himmelsverhältnissen ab. Im Fall des auf nur rund 30 Tage eingegrenzten Morgenletztes ist diese Diskrepanz bedeutungslos, im Fall des scharf bestimmten Abendletztes kann sich durch schlechtere Sichtverhältnisse wieder eine Verschiebung von mehreren Tagen einstellen. Da Abend- und Morgenletzt der Plejaden breitenunabhängig in ganz Europa zur selben Zeit auftreten, kann die Abbildung 10 auch zur Korrektur verwendet werden, wenn man die Plejadensichtbarkeit in anderen Zeiten <u>und</u> auf anderen Breiten untersucht. Die Daten der Sonnenkonjunktion und –opposition sind im Anhang 3 auch tabellarisch aufgelistet.

Abschließend sei auf einen Umstand aufmerksam gemacht, der Anregungen für weitergehende archäoastronomische Untersuchungen geben kann. Wenn die Plejadenbeobachtung im bronzezeitlichen Europa einen herausragenden Stellenwert im Kalender und in der Kultur hatte, gleichwohl es aber zumindest im Fall des Morgenletztes wegen der schwankenden Sichtverhältnisse und Witterung unmöglich ist, durch die systematische Beobachtung alljährlich zu gleichen Kalenderdaten dieser Ereignisse zu gelangen, so ist anzunehmen, dass man die Plejadenfesttage, die vielleicht durch entsprechend geschulte Beobachter zuvor in peniblen Studien bei klarstem Wetter möglichst genau festgelegt wurden (z.B. durch Bestimmung des Minimalwertes des Arcus Visisonis), auch durch eine Sonnenpeilung gekennzeichnet hat. Eine Kennzeichnung der schwer beobachtbaren Plejadenfesttage durch die Markierung der entsprechenden Sonnenorte am Horizont ist von hohem praktischen Wert und für jedermann leicht sicht- und nachvollziehbar.

Konsequenz dieser Idee ist das Vorhandensein von Sonnenpeilungen für diejenigen Sonnendeklinationen, die die Sonne an den Tagen des Abend- und Morgenletztes einnimmt. An herausragenden archäoastronomischen Stätten sollten sich dann entsprechende Fluchtlinien oder Peilmarken zur Anzeige der Plejadentage gehäuft nachweisen lassen. Das setzt allerdings eine Datierung eines prähistorischen Observatoriums auf ca. 100 Jahre voraus, denn wie in Abbildung 10 ersichtlich ist, verlagern sich mit der Zeit die Plejadentage präzessionsbedingt gegen die Äquinoktien und damit auch die zugehörigen Sonnendeklinationen. Im Anhang 4 sind die Sonnendeklinationen an den Tagen des Abend-

und Morgenletztes aufgelistet. Als feste Stichtage wurden die Tage mit absolutem AV-Minimum gewertet (bzw. beider lokaler AV-Minima des Morgenletztes bei trübem Himmel).

Interessantes Ergebnis dieser Überlegung ist die Gleichheit der Sonnendeklination an beiden Plejadenfesttagen in der frühen Bronzezeit. In dieser Epoche tritt das Abendletztes eine gewisse Zeitspanne vor dem Frühlingsäquinoktium auf und das Morgenletzt (bzw. das AV-Minimum) die entsprechende Zeitdifferenz nach dem Herbstäquinoktium. Somit liegen beide Plejadenfesttage so eben im Winterhalbjahr.

Die Abbildung 11 ermöglicht die Bestimmung der Epoche dieser zeitlichen Symmetrie der Plejadenfesttage und der zugehörigen Sonnendeklination mit einiger Genauigkeit. Es fließen zu viele Unwägsamkeiten in diese Abschätzung mit ein, so dass eine präzise Angabe der Epoche der Deklinationsgleichheit auf z.B. nur einige Dekaden nicht möglich ist. Aufgetragen sind in Abbildung 11 die Deklinationen der Sternphasentage gegen die Epoche. Die zwei ansteigenden Linien stammen vom Abendletzt; die blaue gehört zum "klaren Himmel", die rote zum "trüben". Die abfallenden Linien repräsentieren das Morgenletzt. Die blaue zeigt die Deklination der Tage bei absolutem AV-Minimum bei klarem Himmel an. Die zwei roten repräsentieren die Deklinationen der Tage der zwei lokalen Minima des AV-Verlaufes bei trübem Himmel. In diesem Fall sind die Minimalwerte des AV nahezu identisch, so dass eine Unterscheidung nicht gerechtfertigt ist (siehe Abb. 7). Der Schnittbereich der Kurvenscharen entspricht der Epoche der Deklinationsgleichheit der Plejadenfesttage. Nimmt man den großen Bereich zwischen den beiden roten Linien des Morgenletztes (schraffiert), so erhält man eine Deklinationsgleichheit im Bereich von 2000 BC bis 1600 BC bei Sonnendeklinationen zwischen -6,5° und -3,5°. Nimmt man den kleinen Bereich für das Morgenletzt (punktiert) zwischen der oberen roten und der blauen Linie (was allerdings eine hochpräzise Bestimmung des Morgenletztes anhand der genauen Beobachtung des AV-Minimums voraussetzt), so erhält man für die Deklinationsgleichheit der Plejadenfesttage eine Epoche zwischen ca. 1800 BC und 1600 BC bei einem Deklinationswert zwischen ca. -5° und -3,5°. Dieses Ergebnis korrespondiert gut mit der archäologischen Datierung der Himmelsscheibe von Nebra, die möglicherweise das Morgenletzt der Plejaden in symbolhafter Form anzeigt.

Die Tabelle 5 listet für die Zeit zwischen 2000 BC und 1600 BC jeweils die zwei Tage im Winterhalbjahr auf, an denen die Sonnendeklination bei Werten zwischen -6,5° und -3,5° gleich ist.

Deklination	Tag 1	Tag 2
der Sonne		
-3,7	-11	193
-5,0	-14	196
-6,4	-18	200
-7,2	-20	202

Tabelle 5: Tage der Deklinationsgleichheit der Sonne im Bereich der Plejadenfesttage um 2000 BC bis 1600 BC

Gemäß des schraffierten großen Fehlerbereichs sagt die Abbildung 11 nun aus: Zwischen 2000 BC und 1600 BC gab es eine Epoche, in der die zwei Plejadenfesttage symmetrisch zu den Äquinoktien bei Tagesnummern zwischen -11 und -18 bzw. 193 und 200 lagen.

Erratum

Bei der Sternphasenberechnung nach dieser Methode unbedingt beachten!

Die verwendete Formel für die ekliptische Länge der Sonne I_S am Tag n der Wahlepoche T enthält eine Ungenauigkeit:

$$I_S = n \cdot \frac{360^{\circ}}{365,25} + 2 \cdot e(T) \cdot \sin \left((n - n_{PH}(T)) \cdot \frac{360^{\circ}}{365,25} \right)$$

Weil die Tageszählung beim Frühlingsäquinoktium (n=0 entspricht 0 Uhr am Tag des Frühlingsanfangs) beginnt, ist die zugehörige ekliptische Länge der Sonne 0. Der dominierende Anteil der Längenzählung ist der erste Summand in der obigen Formel. Dieser Anteil ist 0 für n=0. Der zweite Summand beschreibt die Einflüsse des ungleichförmigen Laufes der Erde auf ihrer Ellipsenbahn um die Sonne. Zum Zeitpunkt des Frühlingsanfangs liefert dieser Summand einen Beitrag ungleich Null (ca. 1,7°). Es wurde also versäumt, diesen konstanten Anteil von allen Werten der ekliptischen Längen über das Jahr wieder abzuziehen. Alle Zeitangaben sind demnach um ca. 1 Tag falsch.

Man erreicht eine völlig befriedigende Korrektur, wenn man zu allen ermittelten Tageszahlen einen Tag hinzuzählt.

Die zu groß berechnete ekliptische Länge entspricht nämlich einem Datum, das über den Schaltjahreszyklus hinweg einen Tag später im Kalender liegt als die hier berechneten Daten. Dies wird ersichtlich, wenn man von der Formel oben den täglichen Beitrag des ersten Summanden von ca. 1° abzieht und die ekliptischen Längen für die Tage des Frühlingsäquinoktiums im Zeitraum von 4 Jahren (Tage mit den Nummern n = 0, 365, 730, 1095, 1461) bestimmt:

$$I_S = n \cdot \frac{360^{\circ}}{365,25} + 2 \cdot e(T) \cdot \sin\left((n - n_{PH}(T)) \cdot \frac{360^{\circ}}{365,25}\right) - 1^{\circ}$$

Man erhält dann Längen von 0,7°, 0,5°, 0,3°, 0,0° und 0,8°, also alles Werte, die die Sonne innerhalb des Tages des Frühlingsanfangs erreicht. Die verbleibende Unsicherheit bei der Tagesberechnung liegt damit bei etwa einem halben Tag, was deutlich unterhalb der allgemeinen Präzision der Sternphasenbestimmung von mindestens einigen Tagen liegt.

Die <u>neue Zusammenfassung</u> der Hauptergebnisse liest sich damit wie folgt:

Das Abendletzt der Plejaden trat um 1600 BC europaweit am Tag -10 +/- 3 Tage auf, also 10 Tage vor dem Frühlingsäquinoktium und 19 Tage vor der Sonnenkonjunktion. Das Morgenletzt der Plejaden lässt sich auf den Zeitbereich zwischen Tag 187 und Tag 215 eingrenzen. Bezieht man sich auf die zeitliche Mitte dieses Bereichs, so fand das Morgenletzt am Tag 201 +/- 14 Tage statt, also 15 Tage nach dem Herbstäquinoktium und 7 Tage nach der Sonnenopposition. Zur Bestimmung des Zeitbereichs des Morgenletztes wurde das Kriterium des minimalen Arcus Visionis verwendet und eine Fehlerspanne auf der Basis der typischen Variationsbreite der Himmelsverhältnisse abgeleitet. Das absolute Minimum des Arcus Visionis beim Morgenletzt fällt auf Tag 199 (klarer Himmel), das sind 13 Tage nach der Herbst-Tag-und-Nacht-Gleiche.

Auch bei der Übertragung der Ergebnisse auf andere Epochen und Breitengrade ist darauf zu achten.

Literatur

- [1] B. L. van der Waerden: Erwachende Wissenschaft II; Die Anfänge der Astronomie;
- [2] B. E. Schaefer: Extinction Angles and Megaliths; Sky & Telescope 73 (1987), p 426
- [3] B. E. Schaefer: Helical Rise Phenomena; Archaeoastronomy 11, JHA 18 (1987), S19 S33
- [4] J. Meeus: Astronomical Algorithms; 2^{nd} edition, Willmann-Bill, Richmond Virginia 1998, p 8
- [5] J. Meeus: Astronomical Algorithms, a.a.O., p 147
- [6] J. Meeus: Astronomical Algorithms, a.a.O., p 163
- [7] C. Ruggles: Astronomy in Prehistoric Britain and Ireland, Yale University Press, New Haven and London 1999
- [8] T. Saemundsson: Atmospheric Refraction; Sky & Telescope, July 1986, p70
- [9] R. H. Garstang: Night-Sky Brightness at Observatories and Sites; Pub.Astron.Soc.Pac. 101 (1989), pp 306-329
- [10] S. O. Kastner: Calculation of the twilight visibility function of near-Sun objects; Journal of the Royal Astronomical Society of Canada, 70 (1976), pp 153 168
- [11] M. J. Koomen, C. Lock, D. M. Parker, R. Scolnik, R. Tousey, E.O. Hulburt: Measurements of the Brightness of the Twilight Sky; Jour.Opt.Soc.Am., Vol. 42 (5), May 1952, 353 -356
- [12] G. V. Rozenberg: Twilight A Study in Atmospheric Optics; Plenum Press, New York 1966, p33
- [13] H. G. Jerrard, D. B. McNeill: Wörterbuch wissenschaftlicher Einheiten; Quelle und Meyer Verlag, Wiesbaden 1994
- [14] B. E. Schaefer: Astronomy and the Limits of Vision; Vistas in Astronomy, Vol. 36 (1993), pp 311 361
- [15] B. E. Schaefer: Predicting Heliacal Rising and Settings; Sky & Telescope 70, Sept. 1985, pp 261 -263
- [16] B. E. Schaefer: Atmospheric Extintion Effects on Stellar Alignements; Archaeoastronomy 10, JHA 17 (1986), S32 S42
- [17] S. Hecht: Visual Thresholds of Steady Point Sources of Light in Fields of Brightness from Dark to Daylight; Jour.Opt.Soc.Am., Vol 37 (1), Jan. 1947, p 59
- [18] B. E. Schaefer: Telescopic Limiting Magnitudes; Publ.Astr.Soc.Pac., 102 (1990) , 212-229
- [19] The Hipparcos Webgroup: hipparcos@astro.estec.esa.nl; Hipparcos-Katalogdienst: http://astro.estec.esa.nl/Hipparcos/HIPcatalogueSearch.html
- [20] B. Steinrücken, unveröffentlichtes Manuskript
- [21] B. E. Schaefer, persönliche Mitteilung
- [22] Claudios Ptolemaios: Handbuch der Astromomie; dt. Übers. von Karl Manitius, Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1963, II. Band
- [23] Sky Catalogue 2000.0, Vol. 1: Stars to Magnitude 8.0; ed. by A. Hirshfeld & R. W. Sinnott, Sky Publishing Corporation, Cambridge University Press, Cambridge, Massachusetts 1982, p ix
- [24] B. E. Schaefer: "Limiting Magnitude,..."; E-Mail to the H-ASTRO-list (History of Astronomy), April 22nd 2003

Abbildungsverzeichnis

- 1) Heliakische Sternphasen, schematisch
- 2) Achronichische Sternphasen, schematisch
- 3) Extinktionswinkel gegen die Sternmagnitude für verschiedene Modellatmosphären
- 4) Himmelshelligkeit während der Dämmerung; aus G.V. Rozenberg: Twilight A Study in Atmospheric Optics; Plenum Press, New York 1966, nach Daten von Barteneva und Boyarova
- 5) Plejaden und Ekliptik am Westhorizont beim Abendletzt
- 6) Plejaden und Ekliptik am Osthorizont beim Morgenerst
- 7) AV-Verläufe der Plejadenphasen 1600 BC für die Nordbreiten 38° und 52°
- 8) AV-Verläufe der Plejadenphasen 1600 BC mit abgeleiteter Zeitunschärfe
- 9) AV-Verläufe des Abend- und Morgenletztes für verschiedene Plejadenhelligkeiten bei klarem Himmel (blaue Linien) und trübem Himmel (rote Linien)
- 10) Präzessionsbedingte Verlagerung der absoluten AV-Minima von Abend- und Morgenletzt der Plejaden im Kalender (blau: klarer Himmel; rot: trüber Himmel)
- 11) Sonnendeklinationen der Plejadenfesttage gegen die Epoche

Anhang 1

Koordinaten (ekliptiknaher) heller Sterne aus dem Hipparcos-Katalog (J 1989,25)

Stern	Mag	Rektaszension	Deklination
Sirius	-1,44	101,289	- 16,713
Arktur	-0,05	213.918	+19,187
Antares	-1,06	247,352	- 26,432
Pollux	-1,16	116,331	+28,026
Procyon	-0,40	114,827	+ 5,228
Regulus	1,36	152,094	+11,967
Spica	0,98	201,298	- 11,161
Aldebaran	0,87	68,980	+16,510
Beteigeuze	0,45	88,793	+ 7,407
Alcyone	+2,85	56,871	+24,105

Anhang 2 $\ddot{\text{A}}\text{quatorialkoordinaten von Alcyone (m = 2,85) von -2000 bis -600}$

Epoche	Rektaszension	Deklination
-2000	2,836	5,263
-1800	5,352	6,388
-1600	7,877	7,508
-1400	10,415	8,620
-1200	12,967	9,723
-1000	15,535	10,813
- 800	18,121	11,889
- 600	20,726	12,949

Anhang 3

Ekliptikschiefe (eps), Erdbahnexzentrizität (exz), Ekliptische Länge der Plejaden λ (Pleia), Tag der Herbst-Tag-Nacht-Gleiche (HTNG), Konjunktions- (Konj.) und Oppositionstag (Oppo.) der Plejaden zur Sonne und die jeweiligen Sonnendeklinationen (dec) an diesen Tagen (Mittelwerte über den Schaltzyklus).

Epoche	eps	exz	λ(Pleia)	HTNG	Konj.	dec	Oppo.	dec
-2000	23,93	0,0182	4,72°	185	4	$2,0^{\circ}$	188	-1,7°
-1800	23,91	0,0181	$7,48^{\circ}$	185	6	$2,9^{\circ}$	191	-2,9°
-1600	23,88	0,0181	10,22°	186	9	4.0°	194	-4,1°
-1400	23,86	0,0180	12,98°	186	12	5,2°	197	-5,2°
-1200	23,84	0,0179	15,73°	186	15	$6,4^{\circ}$	200	-6,4°
-1000	23,82	0,0179	18,49°	186	18	$7,5^{\circ}$	203	-7,5°
- 800	23,79	0,0178	21,25°	186	21	8.7°	205	-8,3°
- 600	23,77	0,0177	24,00°	186	23	9,4°	208	-9,4°

Anhang 4

Kalendertage des Abendletztes (AL 1 bei klarem Himmel, AL2 bei trübem Himmel) und Morgenletztes (ML 1: klar, ML 2: trüb) und zugehörige Sonnendeklinationen (dec) an diesen Tagen ($\mathbf{f} = 52^{\circ}$ Nord, m = 2,0).

Epoche	AL 2	dec	AL 1	dec	ML 1	dec	ML 2a	dec	ML 2b	dec
-2000	-20	-7,2	-14	-4,9	192	-3,4	188	-1,7	198	-5,8
-1800	-17	-6,0	-11	-3,7	195	-4,5	192	-3,3	202	-7,3
-1600	-14	-4,9	- 8	-2,2	198	-5,7	194	-4,1	204	-8,1
-1400	-11	-3,7	- 5	-1,3	200	-6,5	197	-5,3	207	-9,2
-1200	- 9	-2,9	- 2	-0,1	203	-7,6	200	-6,4	210	-10,3
-1000	- 6	-1,7	0	+0,7	207	-9,1	202	-7,2	213	-11,3
- 800	- 3	-0,5	3	+1,9	209	-9,8	205	-8,3	216	-12,4
- 600	0	+0,7	6	+3,0	212	-10,9	208	-9,4	219	-13,4

Anmerkungen:

- 1) Beim Morgenletzt wird bei der Annahme des klaren Himmels das absolute AV-Minimum genommen und bei der Annahme des trüben Himmels beide lokale Minima, die bei nahezu gleichen AV-Werten liegen (ML 2a und ML 2b, siehe Abb. 7). Dies wäre bei geringeren Plejadenhelligkeiten nicht mehr gerechtfertigt, denn wie Abb. 9 zeigt, fällt dann das erste lokale Minimum viel schwächer aus als das zweite.
- 2) Die Berechnung der Deklinationswerte gilt mit etwa Tagesgenauigkeit und die Schwankungen über den vierjährigen Basisschaltzyklus sind ausgemittelt. Das erklärt z.B. die Asymmetrie der Ergebnisse bezüglich des Frühlingsanfangs (Tag 0) beim Abendletzt der Epoche 800 BC.

Zusatz: Diese Diskrepanz folgt aus der falschen Formel zur Berechnung der ekliptischen Länge (siehe Erratum).

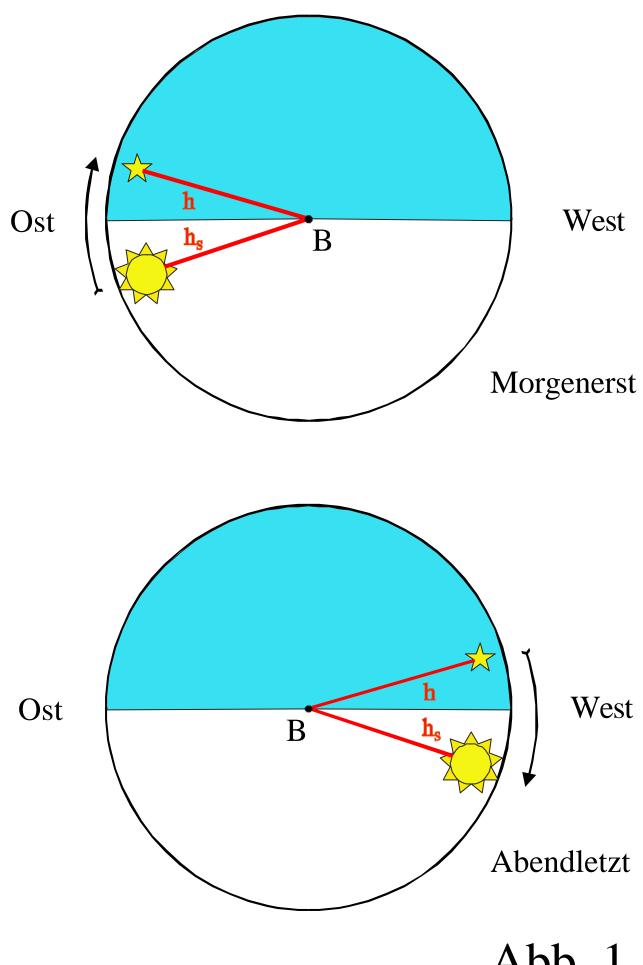


Abb. 1

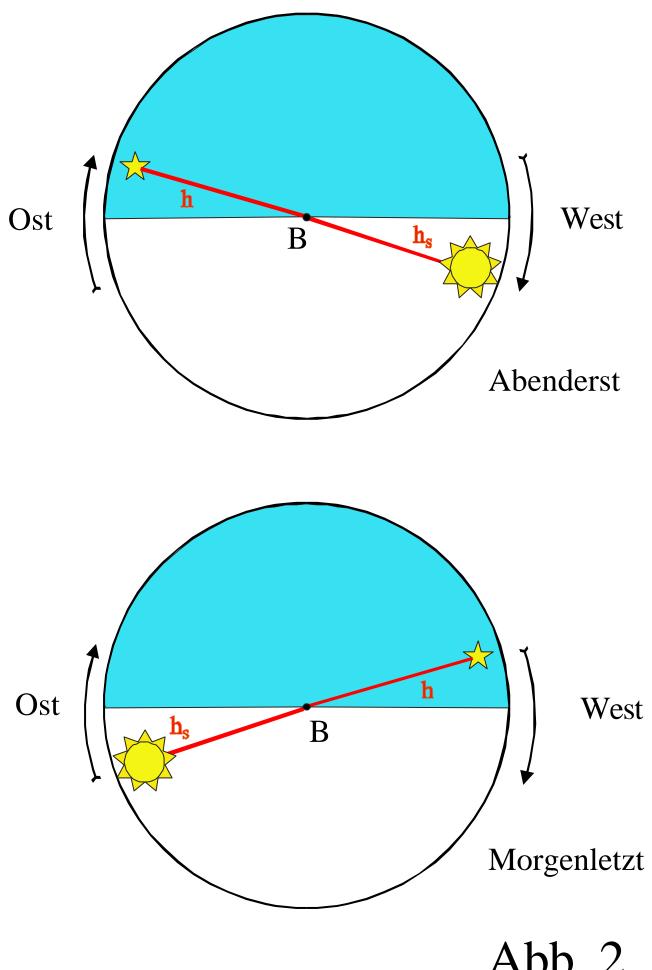


Abb. 2

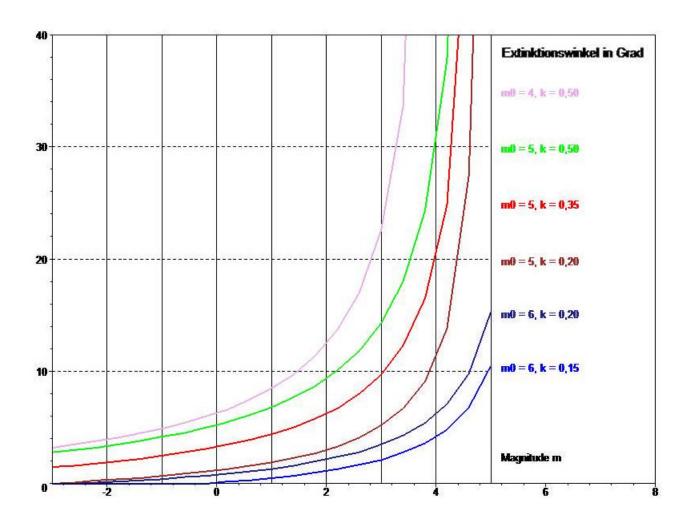
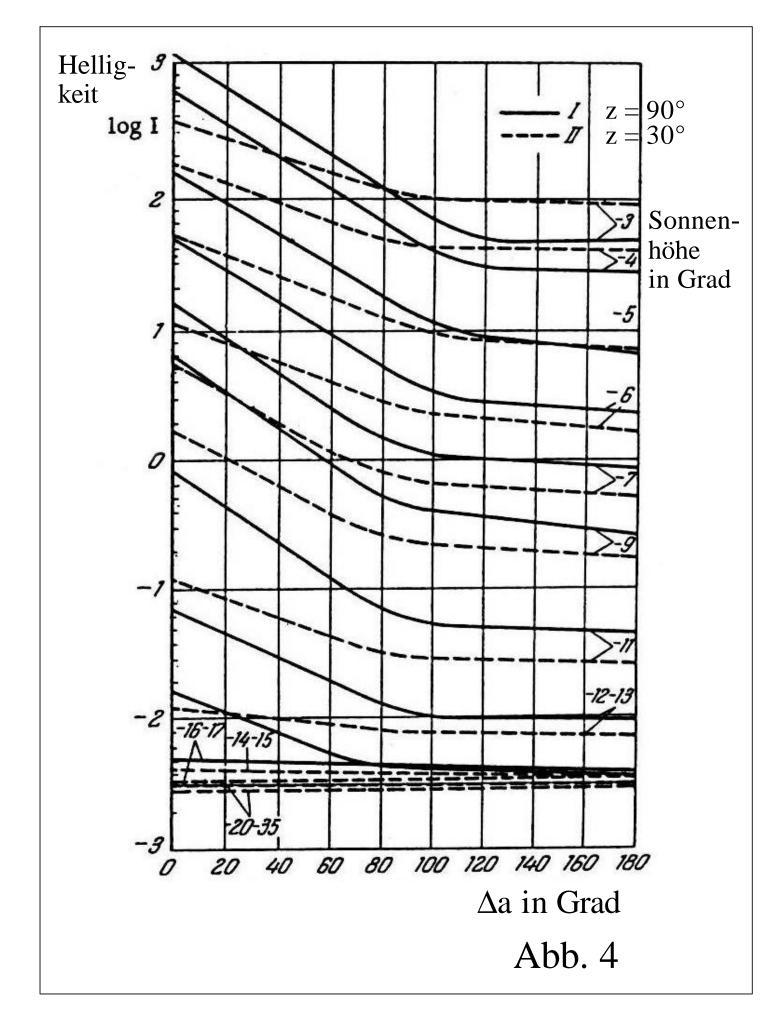


Abb. 3



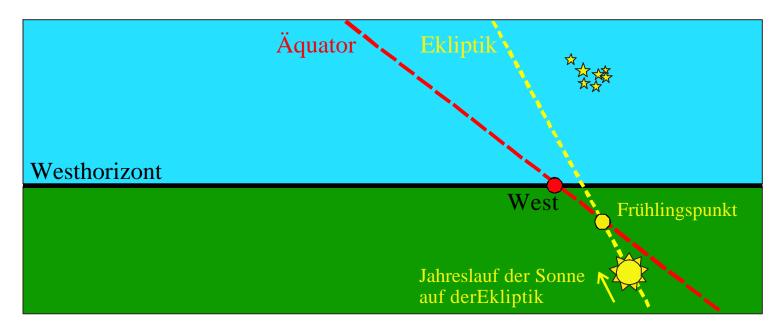


Abb. 5

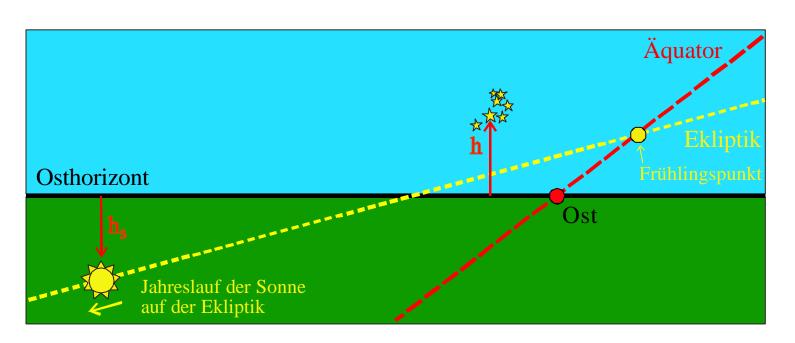


Abb. 6

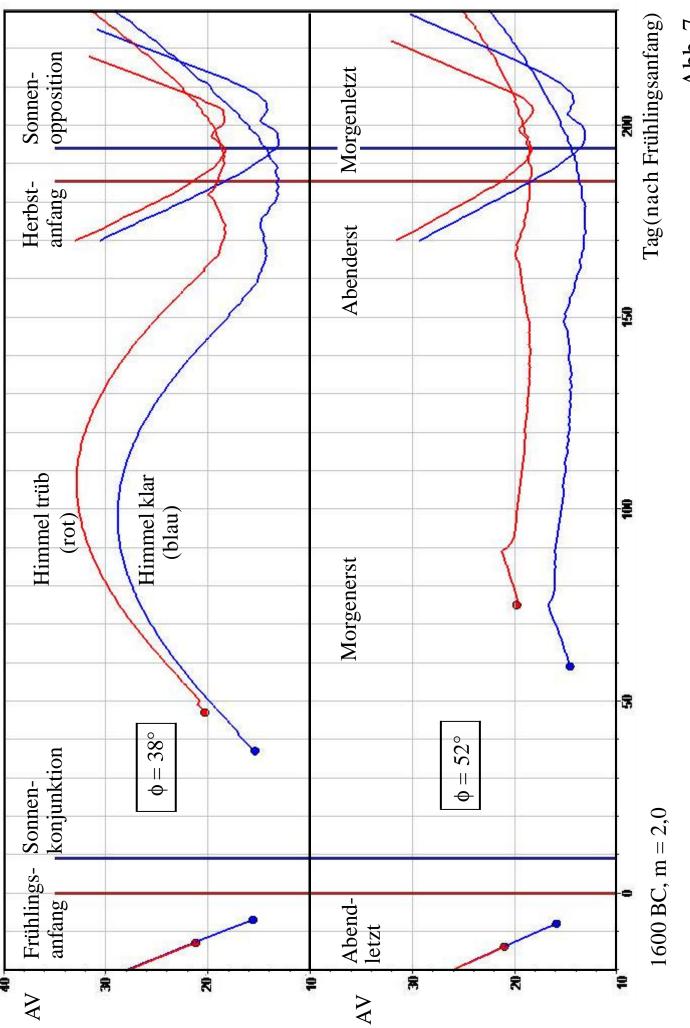


Abb. 7

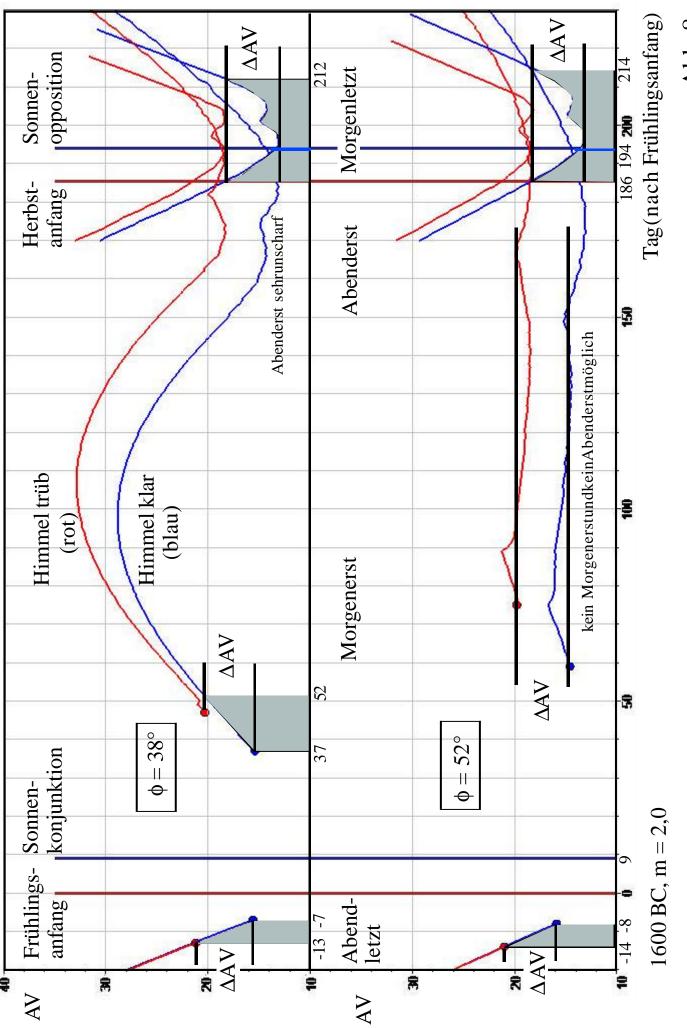


Abb. 8

